

Probabilitas Lanjutan

PROBABILITAS BERSYARAT, INDEPENDENSI
KEJADIAN, DAN TEOREMA BAYES

Prof. Dr. Arna Fariza, S.Kom., M.Kom.



Topik Bahasan

1. **Recap: Probabilitas Dasar**
2. **Probabilitas Bersyarat (Conditional Probability)**
3. **Aturan Perkalian (Multiplication Rule)**
4. **Independensi Kejadian (Independence)**
5. **Teorema Bayes**
6. **Aplikasi: Spam Filter**
7. **Aplikasi: Diagnosa Penyakit**
8. **Latihan Soal & Studi Kasus**

Recap: Probabilitas Dasar

Konsep	Rumus	Keterangan
Probabilitas Klasik	$P(A) = n(A)/n(\Omega)$	Semua hasil sama mungkin
Gabungan (Union)	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	A atau B terjadi
Irisan (Intersection)	$P(A \cap B) = P(A) \times P(B A)$	A dan B terjadi bersamaan
Komplemen	$P(A') = 1 - P(A)$	A tidak terjadi

Contoh Cepat:

Melempar dadu, $A = \{2,4,6\}$ (genap), $B = \{5,6\}$ (>4)

- $P(A) = 3/6 = 0.5$
- $P(B) = 2/6 = 0.333$
- $P(A \cap B) = 1/6 = 0.167$
- $P(A \cup B) = 0.5 + 0.333 - 0.167 = 0.667$

Pertanyaan: Bagaimana jika kita ingin tahu peluang A dengan syarat B sudah terjadi?

Probabilitas Bersyarat

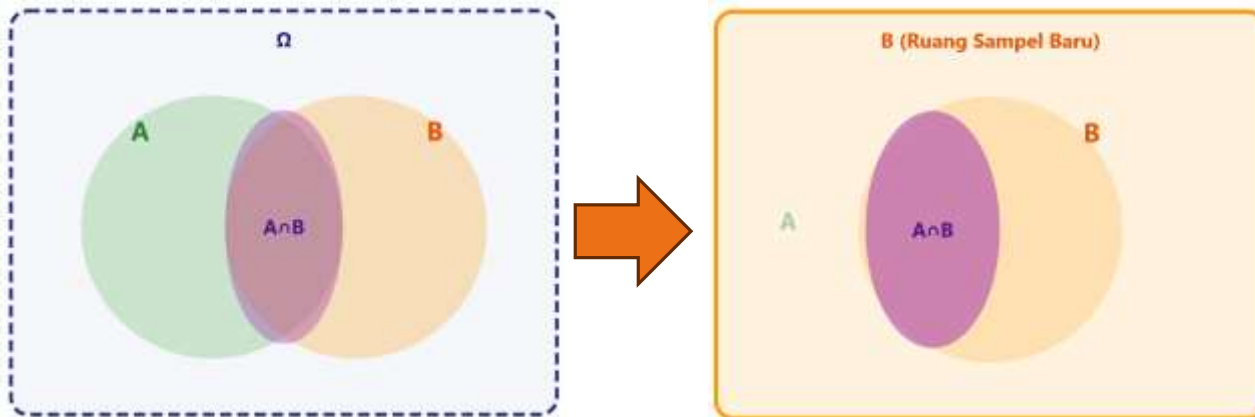
Definisi:

Probabilitas bersyarat adalah peluang suatu kejadian A terjadi dengan syarat kejadian B telah terjadi.

Notasi: $P(A|B) \rightarrow$ "Peluang A dengan syarat B"

Rumus:

$$P(A|B) = P(A \cap B) / P(B), \text{ dengan } P(B) > 0$$



$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

dengan syarat $P(B) > 0$

Probabilitas Bersyarat - Contoh

Contoh 1: Melempar Dadu

Percobaan: Melempar 1 dadu

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

A = kejadian muncul mata dadu genap = $\{2, 4, 6\}$

B = kejadian muncul mata dadu $> 4 = \{5, 6\}$

Pertanyaan: Berapa $P(A|B)$?

Penyelesaian:

- $P(B) = 2/6 = 1/3$
- $P(A \cap B) = P(\{6\}) = 1/6$
- $P(A|B) = P(A \cap B) / P(B) = (1/6) / (1/3) = 1/2 = 0.5$

Interpretasi: Jika diketahui dadu menunjukkan angka > 4 , maka peluang muncul angka genap adalah 50%.

Probabilitas Bersyarat - Contoh

Contoh 2: Analisis Pengguna Aplikasi

Sebuah aplikasi mobile memiliki data:

- 60% pengguna adalah pengguna aktif (A)
- 40% pengguna adalah pengguna pasif (A')
- Dari pengguna aktif, 80% menggunakan fitur premium (P)
- Dari pengguna pasif, 30% menggunakan fitur premium (P)

Pertanyaan: Berapa peluang seorang pengguna aktif jika diketahui ia menggunakan fitur premium?

Penyelesaian:

- $P(A) = 0.6$, $P(A') = 0.4$
- $P(P|A) = 0.8$, $P(P|A') = 0.3$

$$\begin{aligned} P(P) &= P(P|A) \times P(A) + P(P|A') \times P(A') \\ &= (0.8 \times 0.6) + (0.3 \times 0.4) \\ &= 0.48 + 0.12 = 0.60 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A|P) &= P(P|A) \times P(A) / P(P) \\ &= (0.8 \times 0.6) / 0.60 \\ &= 0.48 / 0.60 = 0.8 \text{ atau } 80\% \end{aligned}$$

Aturan Perkalian

Dari rumus probabilitas bersyarat, kita dapat memperoleh:

Rumus:

$$P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B)$$

atau

$$P(A \cap B) = P(B|A) \times P(A)$$

Contoh:

Sebuah kotak berisi 5 bola merah dan 3 bola biru. Dua bola diambil satu per satu **tanpa pengembalian**.

Pertanyaan: Berapa peluang bola pertama merah dan bola kedua biru?

Penyelesaian:

- $P(\text{Merah}_1) = 5/8$
- $P(\text{Biru}_2|\text{Merah}_1) = 3/7$ (karena 1 bola merah sudah diambil)
- $P(\text{Merah}_1 \cap \text{Biru}_2) = P(\text{Merah}_1) \times P(\text{Biru}_2|\text{Merah}_1) = (5/8) \times (3/7) = 15/56$

Aplikasi di IT:

- Peluang dua paket data berhasil dikirim berturut-turut
- Peluang dua bug muncul pada modul yang sama

Independensi Kejadian

Definisi:

Dua kejadian A dan B disebut **independen** (saling bebas) jika terjadinya salah satu kejadian **tidak mempengaruhi** peluang kejadian lainnya.

Rumus:

$$P(A|B) = P(A) \text{ atau } P(B|A) = P(B)$$

Akibatnya:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Independen	Tidak Independen (Dependen)
$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$	$P(A \cap B) = P(A) \times P(B A)$
Kejadian tidak saling mempengaruhi	Kejadian saling mempengaruhi
Contoh: Melempar koin 2 kali	Contoh: Ambil bola tanpa pengembalian

Independensi - Contoh

Contoh 1: Melempar Koin Dua Kali

A = koin pertama muncul Gambar

B = koin kedua muncul Angka

Apakah A dan B independen?

Penyelesaian:

- $P(A) = 1/2$
- $P(B) = 1/2$
- $P(A \cap B) = 1/4$ (hasil GA dari {GG, GA, AG, AA})

Cek: $P(A) \times P(B) = 1/2 \times 1/2 = 1/4 = P(A \cap B) \checkmark$

Kesimpulan: A dan B independen (hasil koin pertama tidak mempengaruhi koin kedua)

Independensi - Contoh

Contoh 2: Ambil Bola Tanpa Pengembalian

Kotak: 5 merah, 3 biru

A = bola pertama merah

B = bola kedua merah

Penyelesaian:

- $P(A) = 5/8$
- $P(B|A) = 4/7$ (karena 1 merah sudah diambil)
- $P(B) = 5/8$

Karena $P(B|A) = 4/7 \neq 5/8 = P(B)$, maka **A dan B tidak independen (dependen)**

Independensi - Aplikasi IT

Contoh: Keandalan Sistem (Reliability)

Sebuah server memiliki 2 komponen redundant yang bekerja independen:

- Komponen A: peluang gagal = 0.05
- Komponen B: peluang gagal = 0.03

Pertanyaan 1: Berapa peluang kedua komponen gagal bersamaan?

Penyelesaian:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0.05 \times 0.03 = 0.0015 \text{ atau } 0.15\%$$

Independensi - Aplikasi IT

Pertanyaan 2: Berapa peluang sistem tetap berjalan (minimal 1 komponen berfungsi)?

Penyelesaian:

$$P(\text{sistem gagal}) = P(A \cap B) = 0.0015$$

$$P(\text{sistem berjalan}) = 1 - 0.0015 = 0.9985 \text{ atau } 99.85\%$$

Kesimpulan: Sistem redundant meningkatkan keandalan secara signifikan!

Catatan: Jika komponen tidak independen (misal: sumber daya bersama), perhitungan berbeda.

Teorema Bayes

Teorema Bayes

Digunakan untuk menghitung probabilitas bersyarat terbalik, yaitu $P(A|B)$ ketika kita mengetahui $P(B|A)$.

Rumus Utama:

$$P(A|B) = P(B|A) \times P(A) / P(B)$$

Rumus Lengkap (dengan partisi):

Jika $A_1, A_2, \dots, A_n$ adalah partisi dari ruang sampel:

$$P(A_i|B) = P(B|A_i) \times P(A_i) / \sum [P(B|A_j) \times P(A_j)]$$

Komponen:

- $P(A_i)$ = Prior (probabilitas awal)
- $P(B|A_i)$ = Likelihood (probabilitas bukti jika hipotesis benar)
- $P(A_i|B)$ = Posterior (probabilitas hipotesis setelah bukti)
- $P(B)$ = Evidence (probabilitas bukti total)

Teorema Bayes - Ilustrasi



$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$$

$P(A)$ = Prior | $P(B|A)$ = Likelihood | $P(A|B)$ = Posterior | $P(B)$ = Evidence



Intuisi: Kita memperbarui keyakinan awal (prior) dengan bukti baru untuk mendapatkan keyakinan yang lebih akurat (posterior).

Teorema Bayes - Contoh Sederhana

Contoh: Tes Diagnosa Penyakit

Sebuah penyakit langka menyerang 1% populasi. Tes diagnostik memiliki:

- Sensitivitas 99% ($P(T+|S) = 0.99$) → positif jika sakit
- Spesifisitas 95% ($P(T-|S') = 0.95$) → negatif jika sehat
- Artinya: $P(T+|S') = 0.05$ → positif palsu

Pertanyaan: Jika seseorang dites positif, berapa peluang ia benar-benar sakit?

Penyelesaian:

Diketahui:

- $P(S) = 0.01$ (prevalensi)
- $P(S') = 0.99$
- $P(T+|S) = 0.99$
- $P(T+|S') = 0.05$

$$\begin{aligned} P(T+) &= P(T+|S) \times P(S) + P(T+|S') \times P(S') \\ &= (0.99 \times 0.01) + (0.05 \times 0.99) \\ &= 0.0099 + 0.0495 = 0.0594 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(S|T+) &= P(T+|S) \times P(S) / P(T+) \\ &= (0.99 \times 0.01) / 0.0594 \\ &= 0.0099 / 0.0594 \\ &= \mathbf{0.1667 \text{ atau } 16.67\%} \end{aligned}$$

Kesimpulan: Meskipun tes positif, peluang benar-benar sakit hanya 16.67%! Ini karena penyakitnya langka.

Aplikasi - Spam Filter

Kasus: Filter Email Spam

Sebuah server email memiliki data:

- 70% email yang masuk adalah spam ($P(S) = 0.7$)
- 30% email adalah bukan spam ($P(S') = 0.3$)
- Kata "free" muncul di 90% email spam ($P(F|S) = 0.9$)
- Kata "free" muncul di 5% email bukan spam ($P(F|S') = 0.05$)

Pertanyaan: Jika sebuah email mengandung kata "free", berapa peluang email tersebut spam?

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} P(F) &= P(F|S) \times P(S) + P(F|S') \times P(S') \\ &= (0.9 \times 0.7) + (0.05 \times 0.3) \\ &= 0.63 + 0.015 = 0.645 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(S|F) &= P(F|S) \times P(S) / P(F) \\ &= (0.9 \times 0.7) / 0.645 \\ &= 0.63 / 0.645 \\ &= 0.977 \text{ atau } 97.7\% \end{aligned}$$

Kesimpulan: Email dengan kata "free" memiliki peluang 97.7% sebagai spam!

Spam Filter - Multiple Evidence

Kasus: Filter dengan Dua Kata Kunci

Data tambahan:

- Kata "meeting" muncul di 10% email spam ($P(M|S) = 0.1$)
- Kata "meeting" muncul di 80% email bukan spam ($P(M|S') = 0.8$)

Pertanyaan: Jika email mengandung "free" DAN "meeting", berapa peluang spam?

Asumsi: Kondisi kata independen jika diketahui kelas email.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}P(F \cap M|S) &= P(F|S) \times P(M|S) &&= 0.9 \times 0.1 = 0.09 \\P(F \cap M|S') &= P(F|S') \times P(M|S') &&= 0.05 \times 0.8 = 0.04 \\P(F \cap M) &= P(F \cap M|S) \times P(S) + P(F \cap M|S') \times P(S') \\&= (0.09 \times 0.7) + (0.04 \times 0.3) = 0.063 + 0.012 = 0.075 \\P(S|F \cap M) &= P(F \cap M|S) \times P(S) / P(F \cap M) \\&= (0.09 \times 0.7) / 0.075 \\&= 0.063 / 0.075 = \mathbf{0.84 \text{ atau } 84\%}\end{aligned}$$

Kesimpulan: Dengan dua kata kunci, peluang spam turun menjadi 84% (karena "meeting" lebih umum di email bukan spam).

Spam Filter - Implementasi Naive Bayes

Naive Bayes Classifier untuk Spam Filter

Langkah-langkah:

1. **Training:** Hitung probabilitas prior dan likelihood dari data training
2. **Testing:** Untuk email baru, hitung posterior untuk setiap kelas
3. **Klasifikasi:** Pilih kelas dengan posterior tertinggi

Formula:

$$P(\text{Spam}|\text{Email}) \propto P(\text{Spam}) \times \prod P(\text{Kata}_i|\text{Spam})$$

$$P(\text{Bukan Spam}|\text{Email}) \propto P(\text{Bukan Spam}) \times \prod P(\text{Kata}_i|\text{Bukan Spam})$$

Spam Filter - Implementasi Naive Bayes

Kata	P(Kata Spam)	P(Kata Bukan Spam)
free	0.9	0.05
meeting	0.1	0.8
project	0.15	0.7
urgent	0.8	0.1

Email: "free project urgent"

$$P(\text{Spam}|\text{Email}) \propto 0.7 \times 0.9 \times 0.15 \times 0.8 = 0.0756$$

$$P(\text{Bukan}|\text{Email}) \propto 0.3 \times 0.05 \times 0.7 \times 0.1 = 0.00105$$

Normalisasi:

$$P(\text{Spam}|\text{Email}) = 0.0756 / (0.0756 + 0.00105) = 0.986 \text{ atau } 98.6\%$$

Kesimpulan: Email diklasifikasikan sebagai **SPAM!**

Aplikasi - Diagnosa Medis

Kasus: Diagnosa Penyakit dengan Gejala

Sebuah klinik memiliki data:

- 5% pasien menderita penyakit X ($P(X) = 0.05$)
- 95% pasien tidak menderita penyakit X ($P(X') = 0.95$)
- Gejala demam muncul di 90% pasien penyakit X ($P(D|X) = 0.9$)
- Gejala demam muncul di 20% pasien bukan penyakit X ($P(D|X') = 0.2$)

Pertanyaan: Jika pasien mengalami demam, berapa peluang ia menderita penyakit X?

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} P(D) &= P(D|X) \times P(X) + P(D|X') \times P(X') \\ &= (0.9 \times 0.05) + (0.2 \times 0.95) = 0.045 + 0.19 = 0.235 \\ P(X|D) &= P(D|X) \times P(X) / P(D) \\ &= (0.9 \times 0.05) / 0.235 = 0.045 / 0.235 = \mathbf{0.1915 \text{ atau } 19.15\%} \end{aligned}$$

Kesimpulan: Meskipun demam, peluang penyakit X hanya 19.15% (karena penyakitnya langka dan demam umum terjadi).

Diagnosa Medis - Multiple Gejala

Kasus: Diagnosa dengan Dua Gejala

Data tambahan:

- Gejala batuk muncul di 70% pasien penyakit X ($P(B|X) = 0.7$)
- Gejala batuk muncul di 30% pasien bukan penyakit X ($P(B|X') = 0.3$)

Pertanyaan: Jika pasien mengalami demam DAN batuk, berapa peluang penyakit X?

Asumsi: Gejala independen jika diketahui status penyakit.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}P(D \cap B|X) &= P(D|X) \times P(B|X) &= 0.9 \times 0.7 &= 0.63 \\P(D \cap B|X') &= P(D|X') \times P(B|X') &= 0.2 \times 0.3 &= 0.06 \\P(D \cap B) &= P(D \cap B|X) \times P(X) + P(D \cap B|X') \times P(X') \\&= (0.63 \times 0.05) + (0.06 \times 0.95) = 0.0315 + 0.057 = 0.0885 \\P(X|D \cap B) &= P(D \cap B|X) \times P(X) / P(D \cap B) \\&= (0.63 \times 0.05) / 0.0885 = 0.0315 / 0.0885 = 0.356 \text{ atau } 35.6\%\end{aligned}$$

Kesimpulan: Dengan dua gejala, peluang penyakit X meningkat menjadi 35.6%.

Perbandingan Prior Dan Posterior

Kasus: Penyakit X (Prevalensi 5%)

Sebelum Bukti (Prior):

$$P(X) = 5\%$$



Setelah 1 Gejala (Demam):

$$P(X|D) = 19.15\%$$



Setelah 2 Gejala (Demam + Batuk):

$$P(X|D \cap B) = 35.6\%$$



Setelah 3 Gejala (Demam + Batuk + Gejala Lain):

$$P(X|D \cap B \cap G) = 60\%+$$



Kesimpulan:

- Semakin banyak bukti yang mendukung, semakin tinggi posterior
- Namun, prior yang rendah (penyakit langka) membuat posterior tetap moderat
- Ini adalah kekuatan Teorema Bayes: **memperbarui keyakinan dengan bukti**

Contoh Soal - Spam Filter

Soal: Filter Email dengan 3 Kata Kunci

Sebuah filter spam memiliki data:

Parameter	Nilai
$P(\text{Spam})$	0.6
$P(\text{Bukan Spam})$	0.4
$P(\text{"promo"} \text{Spam})$	0.8
$P(\text{"promo"} \text{Bukan Spam})$	0.1
$P(\text{"diskon"} \text{Spam})$	0.7
$P(\text{"diskon"} \text{Bukan Spam})$	0.15
$P(\text{"gratis"} \text{Spam})$	0.9
$P(\text{"gratis"} \text{Bukan Spam})$	0.05

Pertanyaan:

Sebuah email mengandung kata "promo", "diskon", dan "gratis".
Berapa peluang email tersebut spam?

Penyelesaian:

$$P(\text{Kata}|\text{Spam}) = 0.8 \times 0.7 \times 0.9 = 0.504$$

$$P(\text{Kata}|\text{Bukan Spam}) = 0.1 \times 0.15 \times 0.05 = 0.00075$$

$$P(\text{Kata}) = (0.504 \times 0.6) + (0.00075 \times 0.4) = 0.3024 + 0.0003 = 0.3027$$

$$P(\text{Spam}|\text{Kata}) = (0.504 \times 0.6) / 0.3027 = 0.3024 / 0.3027 = 0.999 \text{ atau } 99.9\%$$

Kesimpulan: Email hampir pasti spam!

Contoh Soal - Diagnosa

Soal: Diagnosa Penyakit dengan Tes

Sebuah tes diagnostik memiliki:

- Prevalensi penyakit: 2% ($P(P) = 0.02$)
- Sensitivitas: 95% ($P(T+|P) = 0.95$)
- Spesifisitas: 90% ($P(T-|P') = 0.90$) $\rightarrow P(T+|P') = 0.10$

Pertanyaan:

- a) Jika tes positif, berapa peluang benar-benar sakit?
- b) Jika tes negatif, berapa peluang benar-benar sehat?

Penyelesaian a:

$$P(T+) = (0.95 \times 0.02) + (0.10 \times 0.98) = 0.019 + 0.098 = 0.117$$

$$P(P|T+) = (0.95 \times 0.02) / 0.117 = 0.019 / 0.117 = 0.1624 \text{ atau } 16.24\%$$

Penyelesaian b:

$$P(T-) = (0.05 \times 0.02) + (0.90 \times 0.98) = 0.001 + 0.882 = 0.883$$

$$P(P'|T-) = (0.90 \times 0.98) / 0.883 = 0.882 / 0.883 = 0.9989 \text{ atau } 99.89\%$$

Kesimpulan:

- Tes positif: peluang sakit 16.24% (rendah karena penyakit langka)
- Tes negatif: peluang sehat 99.89% (sangat akurat)

Studi Kasus - Sistem Rekomendasi

Kasus: Rekomendasi Produk E-commerce

Sebuah Platform E-commerce Ingin Merekomendasikan Produk Berdasarkan Perilaku Pengguna.

Data:

- **30% Pengguna Membeli Produk Elektronik (E)**
- **70% Pengguna Membeli Produk Non-elektronik (E')**
- **Pengguna Yang Membeli Elektronik: 80% Melihat Review (R)**
- **Pengguna Yang Membeli Non-elektronik: 40% Melihat Review (R)**

Pertanyaan: Jika Pengguna Melihat Review, Berapa Peluang Ia Membeli Produk Elektronik?

Studi Kasus - Sistem Rekomendasi

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}P(R) &= P(R|E) \times P(E) + P(R|E') \times P(E') \\&= (0.8 \times 0.3) + (0.4 \times 0.7) \\&= 0.24 + 0.28 = 0.52\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(E|R) &= P(R|E) \times P(E) / P(R) \\&= (0.8 \times 0.3) / 0.52 \\&= 0.24 / 0.52 \\&= \mathbf{0.4615 \text{ atau } 46.15\%}\end{aligned}$$

Aplikasi: Sistem dapat merekomendasikan produk elektronik kepada pengguna yang melihat review dengan peluang 46.15%.

Ringkasan Formula

Konsep	Rumus	Keterangan
Probabilitas Bersyarat	$P(A B) = P(A \cap B) / P(B)$	Peluang A jika B terjadi
Aturan Perkalian	$P(A \cap B) = P(A B) \times P(B)$	Peluang A dan B
Independensi	$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$	Jika A dan B independen
Teorema Bayes	$P(A B) = P(B A) \times P(A) / P(B)$	Posterior dari prior & likelihood
Bayes (Partisi)	$P(A_i B) = P(B A_i) \times P(A_i) / \sum P(B A_j) \times P(A_j)$	Untuk multiple hipotesis

Aplikasi Di Bidang TI

1. Spam Filter

- Naive Bayes Classifier
- Filter email berdasarkan kata kunci
- Akurasi tinggi dengan data training yang cukup

2. Diagnosa Medis

- Sistem pakar diagnosa penyakit
- Analisis gejala pasien
- Rekomendasi pengobatan

3. Sistem Rekomendasi

- Rekomendasi produk e-commerce
- Rekomendasi konten media sosial
- Personalisasi pengalaman pengguna

4. Keamanan Siber

- Deteksi intrusi jaringan
- Analisis risiko keamanan
- Deteksi anomali

5. Machine Learning

- Naive Bayes Classifier
- Bayesian Networks
- Probabilistic Graphical Models

Latihan Soal

Soal 1: Probabilitas Bersyarat

Sebuah kotak berisi 4 bola merah dan 6 bola biru. Dua bola diambil satu per satu tanpa pengembalian. Berapa peluang bola kedua biru jika bola pertama merah?

Soal 2: Independensi

Sebuah sistem memiliki 3 komponen independen dengan peluang gagal masing-masing 0.1, 0.05, dan 0.02. Berapa peluang sistem gagal jika minimal 1 komponen gagal?

Soal 3: Teorema Bayes - Spam Filter

Diketahui:

- $P(\text{Spam}) = 0.5$
- $P(\text{"lottery"}|\text{Spam}) = 0.8$
- $P(\text{"lottery"}|\text{Bukan Spam}) = 0.02$

Jika email mengandung "lottery", berapa peluang spam?

Latihan Soal

Soal 4: Teorema Bayes - Diagnosa

Diketahui:

- Prevalensi penyakit = 3%
- Sensitivitas tes = 92%
- Spesifisitas tes = 88%

Jika tes positif, berapa peluang benar-benar sakit?

Soal 5: Aplikasi IT

Sebuah aplikasi memiliki data:

- 40% pengguna adalah premium
- 60% pengguna adalah gratis
- Pengguna premium: 70% menggunakan fitur A
- Pengguna gratis: 20% menggunakan fitur A

Jika pengguna menggunakan fitur A, berapa peluang ia premium?

Kesimpulan

- **Probabilitas Bersyarat** $\rightarrow P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$
 - Menghitung peluang dengan informasi tambahan
- **Aturan Perkalian** $\rightarrow P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B)$
 - Menghitung peluang dua kejadian bersamaan
- **Independensi** $\rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
 - Kejadian tidak saling mempengaruhi
- **Teorema Bayes** $\rightarrow P(A|B) = P(B|A) \times P(A)/P(B)$
 - Memperbarui keyakinan dengan bukti baru
 - Prior $\rightarrow$ Likelihood $\rightarrow$ Posterior

Tugas

Soal 1: Spam Filter

Sebuah filter email memiliki data:

- $P(\text{Spam}) = 0.65$
- $P(\text{"winner"}|\text{Spam}) = 0.85$
- $P(\text{"winner"}|\text{Bukan Spam}) = 0.03$
- $P(\text{"claim"}|\text{Spam}) = 0.75$
- $P(\text{"claim"}|\text{Bukan Spam}) = 0.02$

Jika email mengandung "winner" dan "claim", berapa peluang spam?
peluang gagal

Tugas

Soal 2: Diagnosa

Sebuah tes diagnostik memiliki:

- Prevalensi penyakit = 4%
- Sensitivitas = 90%
- Spesifisitas = 85%

a) Jika tes positif, berapa peluang sakit?

b) Jika tes negatif, berapa peluang sehat?

Soal 3: Aplikasi IT

Sebuah sistem memiliki 2 server dengan peluang gagal