



Kovarian dan Korelasi

Arna Fariza

1



Ringkasan Pengukuran

- Nilai ekspektasi (rata-rata)
 - Rata-rata pengukuran distribusi probabilitas
 - $\mu = E(X) = \sum_j X_j P(X_j)$
 - Misalnya : Melempar 2 koin, hitung nilai ekspektasi jumlah angka yang muncul

$$\begin{aligned}\mu &= \sum_j X_j P(X_j) \\ &= (0)(2.5) + (1)(.5) + (2)(.25) = 1\end{aligned}$$

2



Ringkasan Pengukuran

- Varian
 - Simpangan rata-rata kuadrat dari mean
 - $\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = \sum (X_j - \mu)^2 P(X_j)$
 - Misalnya : Melempar 2 koin, hitung varian jumlah angka yang muncul

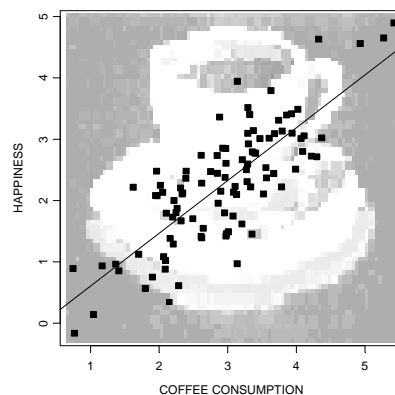
$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \sum (X_j - \mu)^2 P(X_j) \\ &= (0-1)^2 (.25) + (1-1)^2 (.5) + (2-1)^2 (.25) = .5\end{aligned}$$

3



Kovarian

- Ukuran hubungan linier antar beberapa variabel
 - Positif berarti hubungan linier positif
 - Negatif berarti hubungan linier negatif
 - Nilai mendekati 0 berarti tidak ada hubungan linier



4



Keterbatasan Kovarian

- Salah satu keterbatasan kovarian adalah ukuran kovarian tergantung pada variasi variabel
- Akibatnya, sulit mengevaluasi besarnya kovarian antar 2 variabel
 - Jika jumlah variasi kecil, maka nilai kemungkinan terbesar kovarian juga kecil. Jika jumlah variasi besar, nilai kemungkinan maksimum kovarian juga besar

5



Kovarian

$$Z_{XY} = \sum_{i=1}^N [X_i - E(X)][Y_i - E(Y)] P(X_i Y_i)$$

X : variabel random diskrit

X_i : kemunculan X ke- i

Y : variabel random diskrit

Y_i : kemunculan Y ke- i

$P(X_i Y_i)$: kemungkinan kejadian kemunculan X ke- i dan kemunculan Y ke- i

6

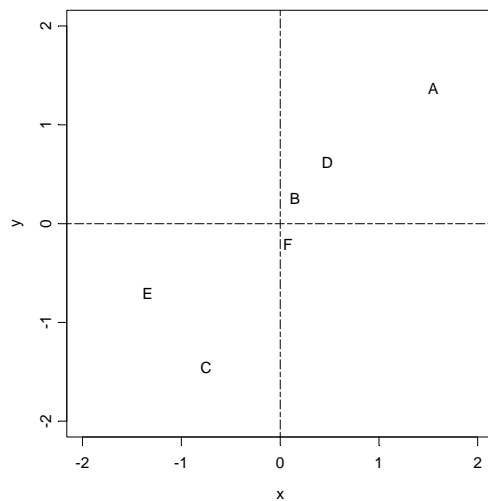


Kovarian

- atau

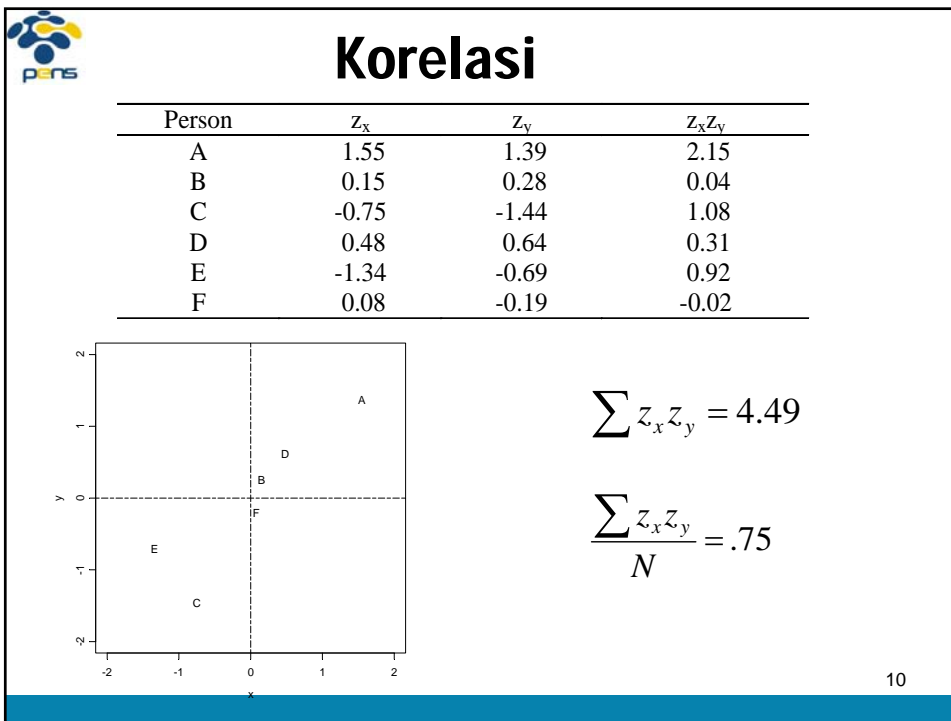
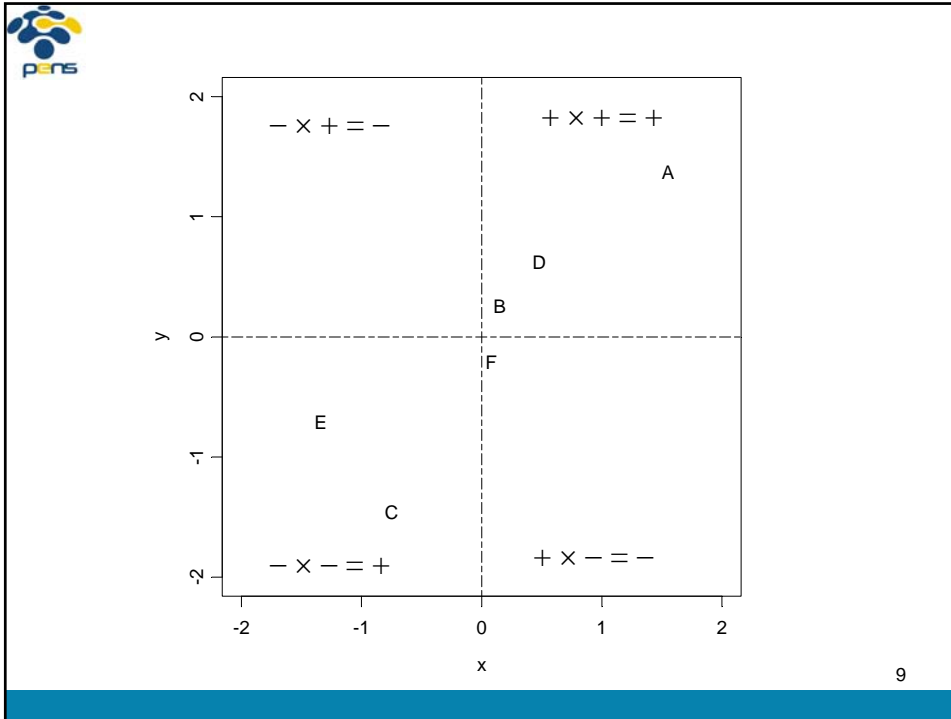
$$Z_{XY} = \frac{1}{N-1} \sum_1^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$$

7



- mean variabel = 0
- A, D & B diatas mean variabel x & y
- E & C dibawah mean variabel x & y
- F diatas mean x, tetapi dibawah mean y

8





Korelasi

- Korelasi koefisien X dan Y adalah

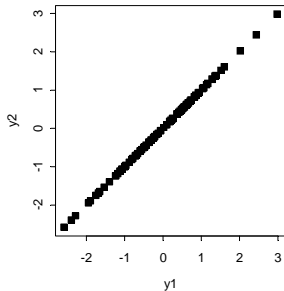
$$r = \frac{z_{XY}}{z_X z_Y}$$

- Nilai r antara -1 dan + 1.
- Jika $r = 0$, maka tidak terdapat korelasi antara 2 variabel
- Jika $r = 1$ (atau -1), maka terdapat korelasi positif (atau negatif) antara 2 variabel

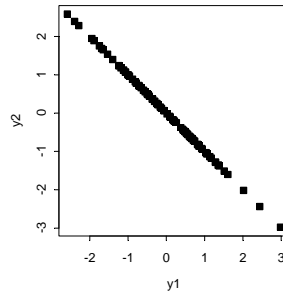
atau

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

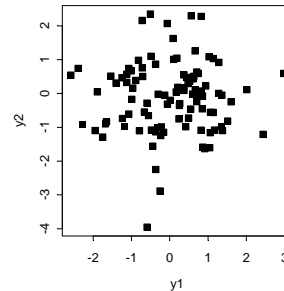
11



$r = +1$



$r = -1$



$r = 0$

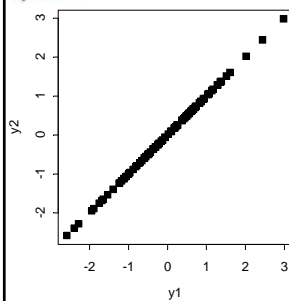
12



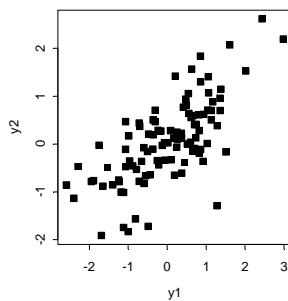
Korelasi

- Ukuran absolut korelasi berhubungan dengan besarnya kekuatan hubungan
- Bila korelasi kuat (misal : $r = .90$), maka nilai x diatas mean lebih mendekati nilai y diatas mean
- Sebaliknya korelasi lemah (misal : $r = .10$) maka nilai x diatas mean kurang mendekati nilai y diatas mean

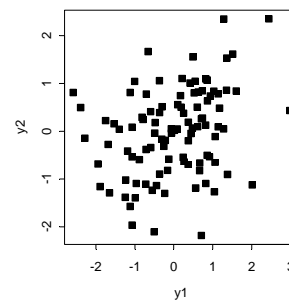
13



$$r = + 1$$



$$r = + .70$$



$$r = + .30$$

14



Menghitung rata-rata hasil investasi

Hasil per \$1,000 untuk 2 tipe investasi

P(X _i ,Y _i)	Kondisi Ekonomi	Investasi	
		Dana Dow Jones X	Pertumbuhan saham Y
.2	Resesi	-\$100	-\$200
.5	Stabilitas Ekonomi	+ 100	+ 50
.3	Perkembangan Ekonomi	+ 250	+ 350

$$E(X) = \mu_x = (-100)(.2) + (100)(.5) + (250)(.3) = \$105$$

$$E(Y) = \mu_y = (-200)(.2) + (50)(.5) + (350)(.3) = \$90$$

15



Menghitung variance hasil investasi

P(X _i ,Y _i)	Kondisi Ekonomi	Investasi	
		Dana Dow Jones X	Pertumbuhan saham Y
.2	Resesi	-\$100	-\$200
.5	Stabilitas Ekonomi	+ 100	+ 50
.3	Perkembangan Ekonomi	+ 250	+ 350

$$\begin{aligned}\sigma_x^2 &= (-100 - 105)^2 (.2) + (100 - 105)^2 (.5) + (250 - 105)^2 (.3) \\ &= 14,725 \qquad \qquad \qquad \sigma_x = 121.35\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_y^2 &= (-200 - 90)^2 (.2) + (50 - 90)^2 (.5) + (350 - 90)^2 (.3) \\ &= 37,900 \qquad \qquad \qquad \sigma_y = 194.68\end{aligned}$$



Menghitung Kovarian hasil investasi

P(X _i ,Y _i)	Kondisi Ekonomi	Investasi	
		Dana Dow Jones X	Pertumbuhan saham Y
.2	Resesi	-\$100	-\$200
.5	Stabilitas Ekonomi	+ 100	+ 50
.3	Perkembangan Ekonomi	+ 250	+ 350

$$Z_{xy} = (-100-105)(-200-90)(.2) + (100-105)(50-90)(.5) + (250-105)(350-90)(.3) = 23,300$$

Kovarian 23,000 menandakan bahwa dua investasi berhubungan positif dan bervariasi pada arah yang sama



Korelasi

- Korelasi koefisien X dan Y adalah

$$r = \frac{23,300}{121.35 \times 194.68} = 0.986$$

- Jika nilai X meningkat maka nilai Y meningkat pula

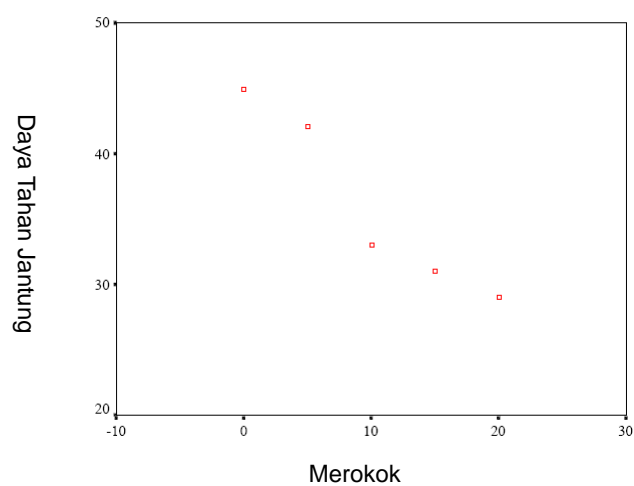


Merokok dan Daya Tahan Jantung

- Akan dilakukan investigasi hubungan antara merokok dan daya tahan jantung. Dilakukan survey ke sekelompok orang tentang kebiasaan merokok dan mengukur daya tahan jantung

Cigarettes (X)	Lung Capacity (Y)
0	45
5	42
10	33
15	31
20	29

19



20



Menghitung Kovarian

Cigarettes (X)	Z_x	$Z_x Z_y$	Z_y	Lung Capacity (Y)
0	-10	-90	+9	45
5	-5	-30	+6	42
10	0	0	-3	33
15	+5	-25	-5	31
20	+10	-70	-7	29

-210

$$Z_{xy} = \frac{1}{N-1} \sum_1^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$$

$$Z_{xy} = \frac{1}{4}(-215) = -53.17$$

21



Menghitung Korelasi

Cigarettes (X)	X^2	XY	Y^2	Lung Capacity (Y)
0	0	0	2025	45
5	25	210	1764	42
10	100	330	1089	33
15	225	465	961	31
20	400	580	841	29
50	750	1585	6680	180

22



Menghitung Korelasi

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

$$\begin{aligned} r_{xy} &= \frac{(5)(1585) - (50)(180)}{\sqrt{[(5)(750) - 50^2][(5)(6680) - 180^2]}} \\ &= \frac{7925 - 9000}{\sqrt{(3750 - 2500)(33400 - 32400)}} \\ &= \frac{-1075}{\sqrt{(1250)(1000)}} = -.9615 \end{aligned}$$

23