Uji Hipotesa

Arna Fariza

Materi

- Metodologi uji hipotesa
- *Z* test untuk mean (σ diketahui)
- Hubungan dengan estimasi confidence interval
- Tes One-tail
- *T* test untuk mean (σ tidak diketahui)
- *Z* test untuk proporsi

Apakah Hipotesa itu?

- Hipotesa adalah klaim (asumsi) tentang parameter populasi
  - Contoh parameter adalah mean atau proporsi populasi
  - Parameter harus diindentifikasi sebelum analisa

Hipotesa Null, H_0

- Menetapkan asumsi (numerik) yang dites
  - Misalnya : rata-rata jumlah TV pada setiap rumah paling sedikit 3 ($H_0 : \mu \geq 3$)
- Selalu menyatakan parameter populasi ($H_0 : \mu \geq 3$), bukan parameter statistik sampel ($H_0 : \bar{X} \geq 3$)

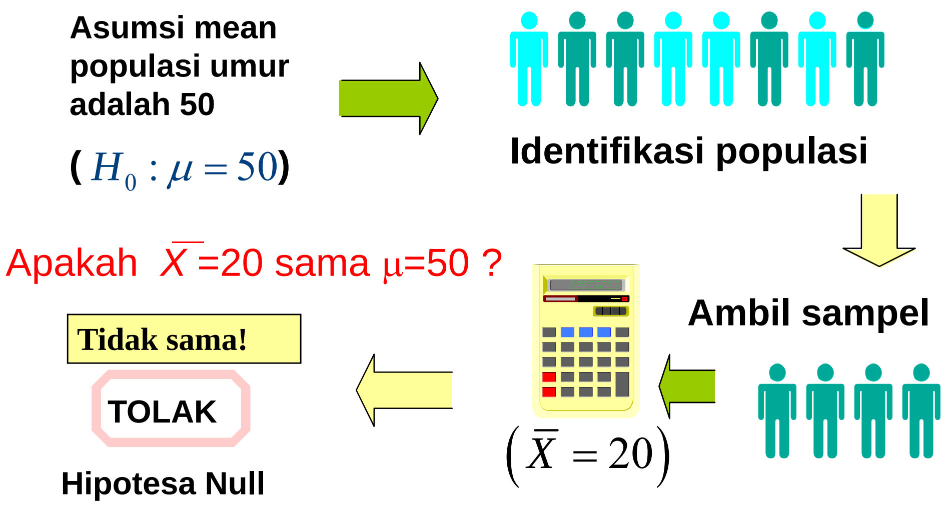
Hipotesa Null, H_0

- Dimulai dengan asumsi bahwa hiputesa null adalah benar
  - Sama dengan praduga tidak bersalah sampai terbukti salah
- Menyatakan status quo
- Selalu menggunakan tanda "="
- Mungkin atau tidak mungkin ditolak

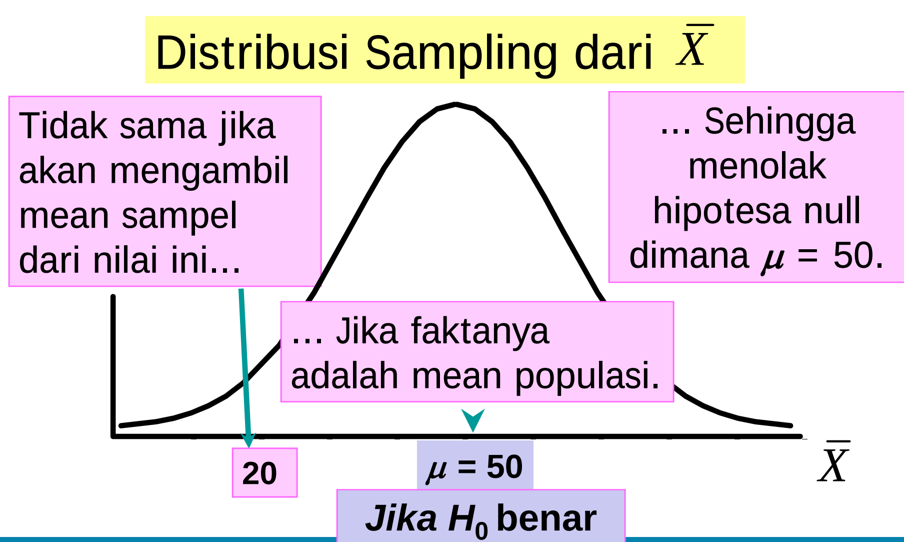
Hipotesa Alternatif, H_1

- Merupakan kebalikan dari hipotesa null
  - Misalnya : rata-rata jumlah TV di setiap rumah lebih kurang dari 3 ($H_1 : \mu < 3$)
- Menolak status quo
- Tidak pernah menggunakan tanda "=" sign
- Mungkin atau tidak mungkin diterima
- Umumnya hipotesa dipercaya (atau perlu dibuktikan) menjadi benar oleh peneliti

Proses Uji Hipotesa



Alasan Menolak H_0



Level Signifikan, α

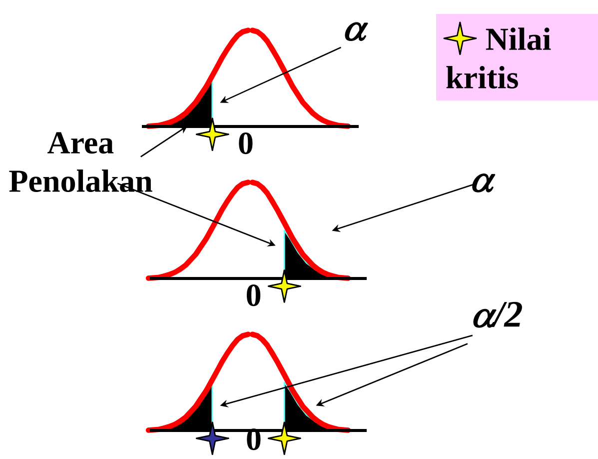
- Menyatakan nilai tak sama dari statistik sampel jika hipotesa null benar
  - Dipanggil area penolakan dari distribusi sampling
- Dinyatakan dengan α (level signifikan)
  - Biasanya bernilai 0.01, 0.05, 0.10
- Dipilih oleh peneliti di awal
- Menyatakan nilai kritis dari tes

Level Signifikan dan Area Penolakan

H_0: $\mu \geq 3$
H_1: $\mu < 3$

H_0: $\mu \leq 3$
H_1: $\mu > 3$

H_0: $\mu = 3$
H_1: $\mu \neq 3$



Nilai Kritis Pendekatan Testing

- Ubahlah statistik sampel (misalnya: $\overline{X}$) untuk tes statistik (misalnya: statistik *Z*, *t* atau *F*)
- Tentukan nilai kritis untuk menentukan α dari tabel atau komputer
  - Jika statistik tes berada pada daerah kritis, tolak H_0
  - Jika tidak, jangan tolak H_0

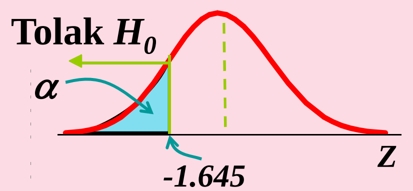
Langkah-langkah umum dalam Uji Hipotesa

Misalnya: tes asumsi bahwa benar nilai mean dari jumlah TV setiap rumah paling sedikit 3 (σ diketahui)

1. Tentukan H_0	$H_0 : \mu \geq 3$
2. Tentukan H_1	$H_1 : \mu < 3$
3. Pilih α	$\alpha = .05$
4. Pilih *n*	$n = 100$
5. Pilih test	$Z\ test$

Langkah-langkah umum dalam Uji Hipotesa

6. Tentukan nilai kritis



7. Kumpulkan data — 100 rumah survey

8. Hitung statistik tes dan p-value — Hitung statistik tes=-2, p-value = .0228

9. Buat keputusan statistik — Tolak hipotesa null

10. Kesimpulan — Mean jumlah TV yang benar lebih kecil dari 3

Z Test one-tail untuk Mean (σ diketahui)

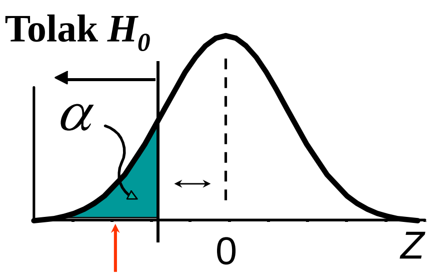
- Asumsi
  - Populasi berdistribusi normal
  - Jika tidak normal, membutuhkan sampel besar
  - Hipotesa null hanya bertanda ≤ dan ≥ saja
- Statistik Z test

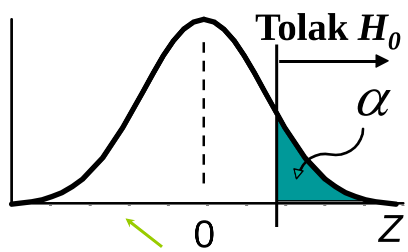
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Area Penolakan

H_0: $\mu \geq \mu_0$
H_1: $\mu < \mu_0$

H_0: $\mu \leq \mu_0$
H_1: $\mu > \mu_0$





Z harus signifikan dibawah 0 untuk menolak H_0

Nilai Z kecil tidak kontradiktif dengan H_0
Jangan menolak H_0 !

Contoh: Tes One Tail

Q. Apakah rata-rata kotak sereal berisi lebih dari 368 gram? 50 sampel random menunjukkan $\bar{X}$ = 372.5. Perusahaan menentukan σ 15 gram. Tes dengan level $\alpha = 0.05$.

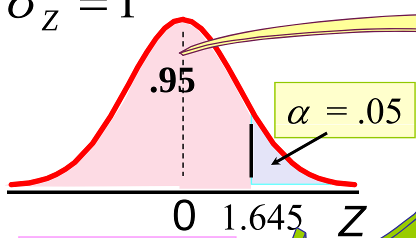
H_0: $\mu \leq 368$
H_1: $\mu > 368$

Tentukan Nilai Kritis: One Tail

Berapa Z untuk $\alpha = 0.05$?

Tabel Distribusi Normal Kumulatif Standar

$\sigma_Z = 1$

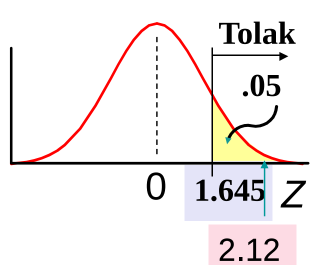


Nilai kritis = 1.645

Z	.04	.05	.06
1.6	**.9495**	**.9505**	.9515
1.7	.9591	.9599	.9608
1.8	.9671	.9678	.9686
1.9	.9738	.9744	.9750

Contoh solusi: Tes One Tail

H_0: $\mu \leq 368$
H_1: $\mu > 368$
$\alpha = 0.05$
$n = 50$
Nilai Kritis: 1.645



Test Statistic:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma - \sqrt{n}} = \frac{372.5 - 368}{15 - \sqrt{50}} = 2.12$$

Keputusan:

Tolak H_0 pada $\alpha = .05$

Kesimpulan:

Terbukti bahwa mean lebih dari 368 gram benar

Contoh : Tes Two-Tail

Q. Apakah rata-rata kotak sereal berisi tepat 368 gram? 50 sampel random menunjukkan $\bar{X}$ = 372.5. Perusahaan menentukan σ 15 gram. Tes dengan level $\alpha = 0.05$.

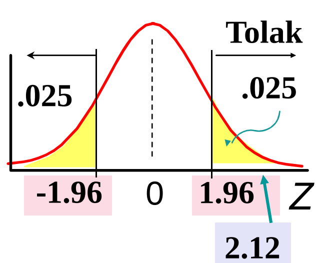
H_0: $\mu = 368$
H_1: $\mu \neq 368$

Contoh Solusi: Tes Two-Tail

H_0: $\mu = 368$
H_1: $\mu \neq 368$
$\alpha = 0.05$
$n = 50$
Nilai kritis: ±1.96

Statistik Tes:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma - \sqrt{n}} = \frac{372.5 - 368}{15 - \sqrt{50}} = 2.12$$



Keputusan:

Tolak H_0 pada α = .05

Kesimpulan:

Terbukti bahwa mean 368 adalah tidak benar

Hubungan ke Confidence Interval

Untuk =372.5, σ=15 dan n=25
confidence interval 95% adalah

$$372.5-(1.96)15/\sqrt{50} \le \mu \le 372.5+(1.96)15/\sqrt{50}$$

Atau

$$368.34 \le \mu \le 376.66$$

Jika interval tidak berisi mean hasil hipotesa (368) kita menolak hipotesa null.

t Test: σ Tidak Diketahui

- Asumsi
  - Populasi berdistribusi normal
  - Jika tidak normal, membutuhkan sampel besar
- Statistik *T* test dengan derajat kebebasan (df) *n-1*

$$t=\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$$

Contoh: One-Tail *t* Test

Q. Apakah rata-rata kotak sereal berisi lebih dari 368 gram? 25 sampel random menunjukkan $\bar{X}$ = 372.5 dan s=15. Perusahaan menentukan level $\alpha = 0.01$.

H_0: $\mu \le 368$
H_1: $\mu > 368$

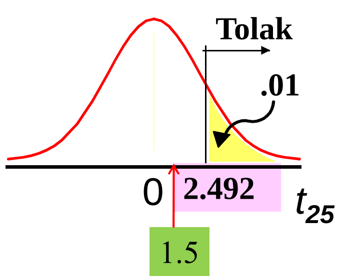
σ tidak diketahui

Contoh Solusi: One-Tail

H_0: $\mu \le 368$
H_1: $\mu > 368$
α = **0.01**
***n* = 25, df = 24**
Nilai kritis: 2.492

Statistik Tes:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S - \sqrt{n}} = \frac{372.5 - 368}{15 - \sqrt{25}} = 1.5$$



Keputusan:

Tidak menolak H_0 pada α = .01

Kesimpulan:

Terbukti bahwa mean lebih dari 368 adalah tidak benar

Proporsi

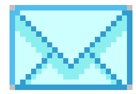
- Melibatkan nilai katagorikal
- Dua kemungkinan kedatangan
  - "Sukses" (memenuhi karakteristik tertentu) dan
    "Gagal" (tidak memenuhi karakteristik tertentu)
- Fraksi atau proporsi dari populasi dalam katagori "sukses" dilambangkan dengan *p*

Proporsi

- Proporsi sampel dalam katagori sukses dinyatakan dengan p_S
  - $$p_s = \frac{X}{n} = \frac{Jumlahsukses}{ukuransampel}$$
- Jika baik *np* dan *n(1-p)* lebih dari 5, p_S dapat diaproksimasi dengan distribusi normal dengan mean dan standar deviasi:
  - $$\mu_{p_s} = p \qquad \sigma_{p_s} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Contoh: *Z* Test untuk Proporsi

Q. Sebuah perusahaan marketing mengklaim bahwa menerima 4% respon dari surat-menyurat. Untuk tes klaim tersebut, 500 sampel random disurvey dengan 25 respon. Tes pada level signifikan α = .05



Cek :

$$np = 500(.04) = 20 \geq 5$$

$$n(1-p) = 500(1-.04) = 480 \geq 5$$

Z Test untuk Proporsi: Solusi

H_0: $p = .04$

H_1: $p \neq .04$

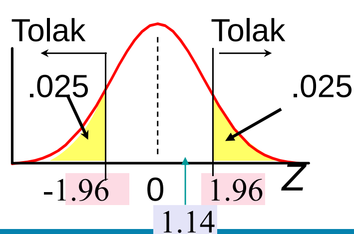
α = .05

n = 500

Statistik Tes:

$$Z \cong \frac{p_S - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} = \frac{.05 - .04}{\sqrt{\frac{.04(1-.04)}{500}}} = 1.14$$

Nilai Kritis: $\pm$ **1.96**



Keputusan:

Tidak menolak H_0 pada α = .05

Kesimpulan:

Tidak cukup bukti untuk menolak klaim perusahaan untuk rata-rata 4% respon.

Latihan 1

- Sebuah laporan menyebutkan bahwa rata-rata penjualan harian di restoran A tidak melebihi 10 juta rupiah. Untuk menguji apakah hal ini benar, maka dikumpulkannya data penjualan di restoran A selama 30 hari (dalam juta rupiah). Gunakan level signifikan α=0.05. Kesimpulan apa yang dapat ditarik?
- Data : 9.7 8.5 9.8 11.0 11.5 13.0 8.7 7.9 8.4
  7.6 10.6 10.9 11.0 9.1 10.0 10.5 10.2
  5.5 7.0 7.2 8.0 8.0 9.5 9.5 7.8 10.5 11.0
  12.0 9.8 7.0

Latihan 2

- Majalah A menyebutkan bahwa rata-rata usia direktur utama bank di sebuah kota 41 tahun. Untuk menguji apakah hal ini benar, maka dikumpulkannya data acak dari 11 direktur utama bank di kota tersebut. Asumsikan bahwa usia direktur utama bank di kota tersebut terdistribusi normal. Gunakan level signifikan 0.05. Kesimpulan apa yang dapat ditarik?
- Data : 40 43 44 50 39 38 51 37 55 57 41