



# MULTI-ATTRIBUTE DECISION MAKING

# Multi-Attribute Decision Making (MADM)

- Secara umum, model *Multi-Attribute Decision Making* (MADM) dapat didefinisikan sebagai berikut (Zimmermann, 1991):
  - Misalkan  $A = \{a_i \mid i = 1, \dots, n\}$  adalah himpunan alternatif-alternatif keputusan dan  $C = \{c_j \mid j = 1, \dots, m\}$  adalah himpunan tujuan yang diharapkan, maka akan ditentukan alternatif  $a_i$  yang memiliki derajat harapan tertinggi terhadap tujuan–tujuan yang relevan  $c_j$ .

# Multi-Attribute Decision Making (MADM)

- Janko (2005) memberikan batasan tentang adanya beberapa fitur umum yang akan digunakan dalam MADM, yaitu:
  - *Alternatif*, adalah obyek-obyek yang berbeda dan memiliki kesempatan yang sama untuk dipilih oleh pengambil keputusan.
  - *Atribut*, sering juga disebut sebagai karakteristik, komponen, atau kriteria keputusan. Meskipun pada kebanyakan kriteria bersifat satu level, namun tidak menutup kemungkinan adanya sub kriteria yang berhubungan dengan kriteria yang telah diberikan.

## Multi-Attribute Decision Making (MADM)

- *Konflik antar kriteria*, beberapa kriteria biasanya mempunyai konflik antara satu dengan yang lainnya, misalnya kriteria keuntungan akan mengalami konflik dengan kriteria biaya.
- *Bobot keputusan*, bobot keputusan menunjukkan kepentingan relatif dari setiap kriteria,  $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ . Pada MADM akan dicari bobot kepentingan dari setiap kriteria.
- *Matriks keputusan*, suatu matriks keputusan  $X$  yang berukuran  $m \times n$ , berisi elemen-elemen  $x_{ij}$ , yang merepresentasikan rating dari alternatif  $A_i$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) terhadap kriteria  $C_j$  ( $j=1, 2, \dots, n$ ).

## Multi-Attribute Decision Making (MADM)

- Masalah MADM adalah mengevaluasi  $m$  alternatif  $A_i$  ( $i=1,2,\dots,m$ ) terhadap sekumpulan atribut atau kriteria  $C_j$  ( $j=1,2,\dots,n$ ), dimana setiap atribut saling tidak bergantung satu dengan yang lainnya.
- Kriteria atau atribut dapat dibagi menjadi dua kategori, yaitu:
  - *Kriteria keuntungan* adalah kriteria yang nilainya akan dimaksimumkan, misalnya: keuntungan, IPK (untuk kasus pemilihan mahasiswa berprestasi), dll.
  - *Kriteria biaya* adalah kriteria yang nilainya akan diminimumkan, misalnya: harga produk yang akan dibeli, biaya produksi, dll.

# Multi-Attribute Decision Making (MADM)

- Pada MADM, *matriks keputusan* setiap alternatif terhadap setiap atribut,  $X$ , diberikan sebagai:

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_{m1} & X_{m2} & \cdots & X_{mn} \end{bmatrix}$$

dengan  $x_{ij}$  merupakan rating kinerja alternatif ke- $i$  terhadap atribut ke- $j$ .

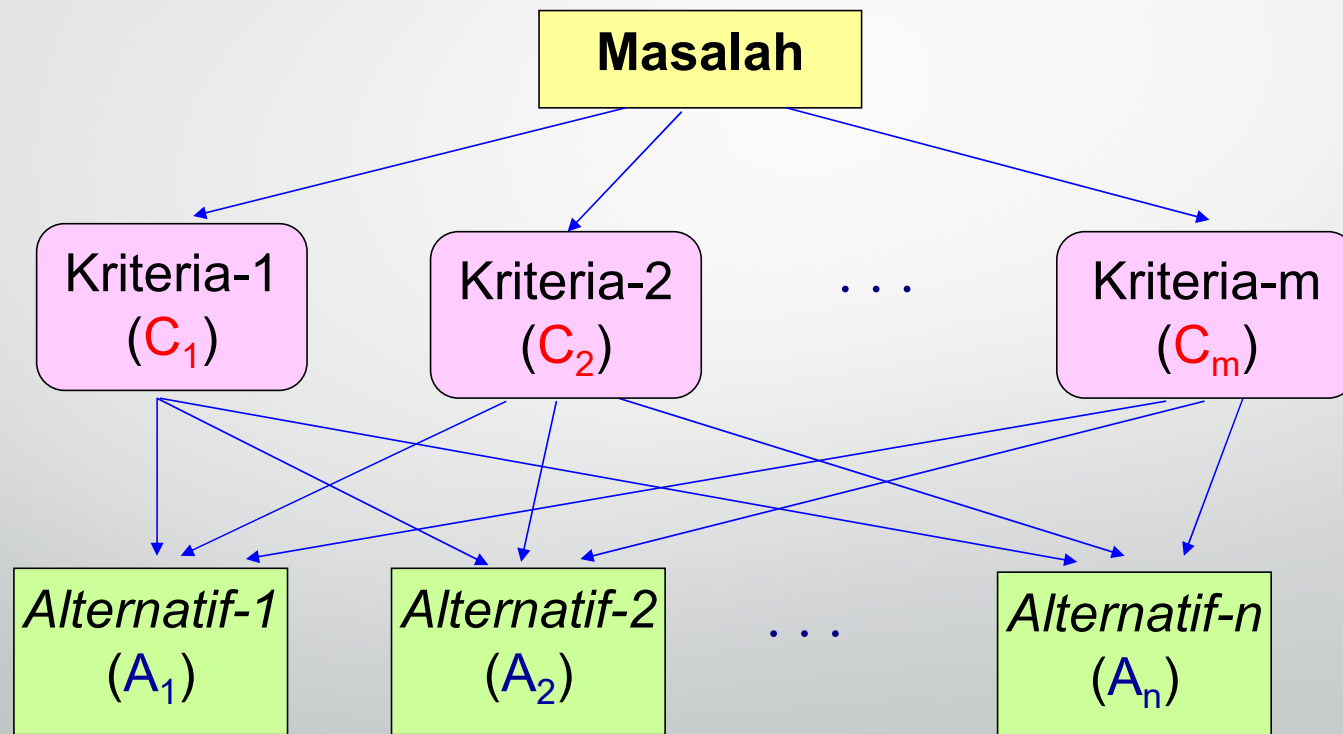
- *Nilai bobot* yang menunjukkan tingkat kepentingan relatif setiap atribut, diberikan sebagai,  $W$ :

$$W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$$

## Multi-Attribute Decision Making (MADM)

- Rating kinerja ( $X$ ), dan nilai bobot ( $W$ ) merupakan nilai utama yang merepresentasikan preferensi absolut dari pengambil keputusan.
- Masalah MADM diakhiri dengan proses **perankingan** untuk mendapatkan alternatif terbaik yang diperoleh berdasarkan nilai keseluruhan preferensi yang diberikan (Yeh, 2002).
- Pada MADM, umumnya akan dicari *solusi ideal*.
- Pada solusi ideal akan **memaksimumkan semua kriteria keuntungan** dan **meminimumkan semua kriteria biaya**.

# Multi-Attribute Decision Making (MADM)





## Multi-Attribute Decision Making (MADM)

- Ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah MADM, antara lain:
  - a. *Simple Additive Weighting (SAW)*
  - b. *Weighted Product (WP)*
  - c. TOPSIS
  - d. *Analytic Hierarchy Process (AHP)*

## *Simple Additive Weighting (SAW)*

- Metode *Simple Additive Weighting* (SAW) sering juga dikenal istilah metode penjumlahan terbobot.
- Konsep dasar metode SAW adalah mencari penjumlahan terbobot dari rating kinerja pada setiap alternatif pada semua atribut (Fishburn, 1967)(MacCrimmon, 1968).
- Metode SAW membutuhkan proses **normalisasi** matriks keputusan (X) ke suatu skala yang dapat diperbandingkan dengan semua rating alternatif yang ada.

## *Simple Additive Weighting (SAW)*

- Formula untuk melakukan normalisasi tersebut adalah sebagai berikut:

$$r_{ij} = \begin{cases} \frac{x_{ij}}{\text{Max}_i x_{ij}} & \text{jika } j \text{ adalah atribut keuntungan (benefit)} \\ \frac{\text{Min}_i x_{ij}}{x_{ij}} & \text{jika } j \text{ adalah atribut biaya (cost)} \end{cases}$$

dengan  $r_{ij}$  adalah rating kinerja ternormalisasi dari alternatif  $A_i$  pada atribut  $C_j$ ;  $i=1,2,\dots,m$  dan  $j=1,2,\dots,n$ .

## *Simple Additive Weighting (SAW)*

- Nilai preferensi untuk setiap alternatif ( $V_i$ ) diberikan sebagai:

$$V_i = \sum_{j=1}^n w_j r_{ij}$$

- Nilai  $V_i$  yang lebih besar mengindikasikan bahwa alternatif  $A_i$  lebih terpilih.

## *Simple Additive Weighting (SAW)*

- Contoh-1:
  - Suatu institusi perguruan tinggi akan memilih seorang karyawannya untuk dipromosikan sebagai kepala unit sistem informasi.
  - Ada empat kriteria yang digunakan untuk melakukan penilaian, yaitu:
    - C<sub>1</sub> = tes pengetahuan (wawasan) sistem informasi
    - C<sub>2</sub> = praktek instalasi jaringan
    - C<sub>3</sub> = tes kepribadian
    - C<sub>4</sub> = tes pengetahuan agama

## *Simple Additive Weighting (SAW)*

- Pengambil keputusan memberikan bobot untuk setiap kriteria sebagai berikut:  $C_1 = 35\%$ ;  $C_2 = 25\%$ ;  $C_3 = 25\%$ ; dan  $C_4 = 15\%$ .
- Ada enam orang karyawan yang menjadi kandidat (alternatif) untuk dipromosikan sebagai kepala unit, yaitu:
  - $A_1 = \text{Indra,}$
  - $A_2 = \text{Roni,}$
  - $A_3 = \text{Putri,}$
  - $A_4 = \text{Dani,}$
  - $A_5 = \text{Ratna, dan}$
  - $A_6 = \text{Mira.}$

## *Simple Additive Weighting (SAW)*

- Tabel nilai alternatif di setiap kriteria:

<i>Alternatif</i>	<i>Kriteria</i>			
	<i>C1</i>	<i>C2</i>	<i>C3</i>	<i>C4</i>
Indra	70	50	80	60
Roni	50	60	82	70
Putri	85	55	80	75
Dani	82	70	65	85
Ratna	75	75	85	74
Mira	62	50	75	80

## Simple Additive Weighting (SAW)

- Normalisasi:

$$r_{11} = \frac{70}{\max\{70;50;85;82;75;62\}} = \frac{70}{85} = 0,82$$

$$r_{21} = \frac{50}{\max\{70; 50; 85; 82; 75; 62\}} = \frac{50}{85} = 0,59$$

$$r_{12} = \frac{50}{\max\{50;60;55;70;75;50\}} = \frac{50}{75} = 0,67$$

$$r_{22} = \frac{60}{\max\{50;60;55;70;75;50\}} = \frac{60}{75} = 0,80$$

dst



## *Simple Additive Weighting (SAW)*

- Hasil normalisasi:

$$R = \begin{bmatrix} 0,82 & 0,67 & 0,94 & 0,71 \\ 0,59 & 0,80 & 0,96 & 0,82 \\ 1 & 0,73 & 0,94 & 0,88 \\ 0,96 & 0,93 & 0,76 & 1 \\ 0,88 & 1 & 1 & 0,87 \\ 0,73 & 0,67 & 0,88 & 0,94 \end{bmatrix}$$

## *Simple Additive Weighting (SAW)*

- Proses perankingan dengan menggunakan bobot yang telah diberikan oleh pengambil keputusan:  $w = [0,35 \quad 0,25 \quad 0,25 \quad 0,15]$
- Hasil yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$V_1 = (0,35)(0,82) + (0,25)(0,67) + (0,25)(0,94) + (0,15)(0,71) = 0,796$$

$$V_2 = (0,35)(0,59) + (0,25)(0,80) + (0,25)(0,96) + (0,15)(0,82) = 0,770$$

$$V_3 = (0,35)(1,00) + (0,25)(0,73) + (0,25)(0,94) + (0,15)(0,88) = 0,900$$

$$V_4 = (0,35)(0,96) + (0,25)(0,93) + (0,25)(0,76) + (0,15)(1,00) = 0,909$$

$$V_5 = (0,35)(0,88) + (0,25)(1,00) + (0,25)(1,00) + (0,15)(0,87) = 0,939$$

$$V_6 = (0,35)(0,73) + (0,25)(0,67) + (0,25)(0,88) + (0,15)(0,94) = 0,784$$

## *Simple Additive Weighting (SAW)*

- Nilai terbesar ada pada  $V_5$  sehingga alternatif  $A_5$  adalah alternatif yang terpilih sebagai alternatif terbaik.
- Dengan kata lain, Ratna akan terpilih sebagai kepala unit sistem informasi.

## *Simple Additive Weighting (SAW)*

- Contoh-2:
  - Sebuah perusahaan makanan ringan XYZ akan menginvestasikan sisa usahanya dalam satu tahun.
  - Beberapa alternatif investasi telah akan diidentifikasi. Pemilihan alternatif terbaik ditujukan selain untuk keperluan investasi, juga dalam rangka meningkatkan kinerja perusahaan ke depan.

## *Simple Additive Weighting (SAW)*

- Beberapa kriteria digunakan sebagai bahan pertimbangan untuk mengambil keputusan, yaitu:
  - $C_1$  = *Harga*, yaitu seberapa besar harga barang tersebut.
  - $C_2$  = *Nilai investasi 10 tahun ke depan*, yaitu seberapa besar nilai investasi barang dalam jangka waktu 10 tahun ke depan.

## *Simple Additive Weighting (SAW)*

- $C_3$  = *Daya dukung terhadap produktivitas perusahaan*, yaitu seberapa besar peranan barang dalam mendukung naiknya tingkat produktivitas perusahaan. Daya dukung diberi nilai: 1 = kurang mendukung, 2 = cukup mendukung; dan 3 = sangat mendukung.
- $C_4$  = *Prioritas kebutuhan*, merupakan tingkat kepentingan (kemendesakan) barang untuk dimiliki perusahaan. Prioritas diberi nilai: 1 = sangat berprioritas, 2 = berprioritas; dan 3 = cukup berprioritas.

## *Simple Additive Weighting (SAW)*

- $C_5$  = *Ketersediaan atau kemudahan*, merupakan ketersediaan barang di pasaran. Ketersediaan diberi nilai: 1 = sulit diperoleh, 2 = cukup mudah diperoleh; dan 3 = sangat mudah diperoleh.
- Dari pertama dan keempat kriteria tersebut, kriteria pertama dan keempat merupakan kriteria biaya, sedangkan kriteria kedua, ketiga, dan kelima merupakan kriteria keuntungan.
- Pengambil keputusan memberikan bobot untuk setiap kriteria sebagai berikut:  $C_1 = 25\%$ ;  $C_2 = 15\%$ ;  $C_3 = 30\%$ ;  $C_4 = 25$ ; dan  $C_5 = 5\%$ .

## *Simple Additive Weighting (SAW)*

- Ada empat alternatif yang diberikan, yaitu:
  - $A_1$  = Membeli mobil box untuk distribusi barang ke gudang;
  - $A_2$  = Membeli tanah untuk membangun gudang baru;
  - $A_3$  = Maintenance sarana teknologi informasi;
  - $A_4$  = Pengembangan produk baru.



## Simple Additive Weighting (SAW)

- Nilai setiap alternatif pada setiap kriteria:

<i>Alternatif</i>	<i>Kriteria</i>				
	<i>C1 (juta Rp)</i>	<i>C2 (%)</i>	<i>C3</i>	<i>C4</i>	<i>C5</i>
A1	150	15	2	2	3
A2	500	200	2	3	2
A3	200	10	3	1	3
A4	350	100	3	1	2

## *Simple Additive Weighting (SAW)*

- Normalisasi:

$$r_{11} = \frac{\min\{150;500;200;350\}}{150} = \frac{150}{150} = 1$$

$$r_{21} = \frac{15}{\max\{15;200;10;100\}} = \frac{15}{200} = 0,075$$

$$r_{35} = \frac{2}{\max\{2;2;3;3\}} = \frac{2}{3} = 0,667$$

$$r_{45} = \frac{\min\{2;3;1;1\}}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$$

- dst

## *Simple Additive Weighting (SAW)*

- Hasil normalisasi:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0,08 & 0,67 & 0,50 & 1 \\ 0,30 & 1 & 0,67 & 0,33 & 0,67 \\ 0,75 & 0,05 & 1 & 1 & 1 \\ 0,43 & 0,50 & 1 & 1 & 0,67 \end{bmatrix}$$

## Simple Additive Weighting (SAW)

- Proses perankingan dengan menggunakan bobot yang telah diberikan oleh pengambil keputusan:

$$w = [0,25 \quad 0,15 \quad 0,30 \quad 0,25 \quad 0,05]$$

- Hasil yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$V_1 = (0,25)(1) + (0,15)(0,08) + (0,3)(0,67) + (0,25)(0,5) + (0,05)(1) = 0,638$$

$$V_2 = (0,25)(0,3) + (0,15)(1) + (0,3)(0,67) + (0,25)(0,33) + (0,05)(0,67) = 0,542$$

$$V_3 = (0,25)(0,75) + (0,15)(0,05) + (0,3)(1) + (0,25)(1) + (0,05)(1) = 0,795$$

$$V_4 = (0,25)(0,43) + (0,15)(0,5) + (0,3)(1) + (0,25)(1) + (0,05)(0,67) = 0,766$$

- Nilai terbesar ada pada  $V_3$  sehingga alternatif  $A_3$  adalah alternatif yang terpilih sebagai alternatif terbaik. Dengan kata lain, *maintenance* sarana teknologi informasi akan terpilih sebagai solusi untuk investasi sisa usaha

# Weighted Product (WP)

- Metode *Weighted Product* (WP) menggunakan perkalian untuk menghubungkan rating atribut, dimana rating setiap atribut harus **dipangkatkan** dulu dengan **bobot** atribut yang bersangkutan.
- Proses ini sama halnya dengan proses **normalisasi**.

# Weighted Product (WP)

- Preferensi untuk alternatif  $A_i$  diberikan sebagai berikut:

$$S_i = \prod_{j=1}^n X_{ij}^{w_j}$$

dengan  $i=1,2,\dots,m$ ; dimana  $\sum w_j = 1$ .

- $w_j$  adalah pangkat bernilai positif untuk atribut keuntungan, dan bernilai negatif untuk atribut biaya.

# Weighted Product (WP)

- Contoh:
  - Suatu perusahaan di Surabaya ingin membangun sebuah gudang yang akan digunakan sebagai tempat untuk menyimpan sementara hasil produksinya.
  - Ada 3 lokasi yang akan menjadi alternatif, yaitu:
    - $A_1$  = Ngagel,
    - $A_2$  = Kapasan,
    - $A_3$  = Kenjeran.

# Weighted Product (WP)

- Ada 5 kriteria yang dijadikan acuan dalam pengambilan keputusan, yaitu:
  - $C_1$  = jarak dengan pasar terdekat (km),
  - $C_2$  = kepadatan penduduk di sekitar lokasi (orang/km<sup>2</sup>);
  - $C_3$  = jarak dari pabrik (km);
  - $C_4$  = jarak dengan gudang yang sudah ada (km);
  - $C_5$  = harga tanah untuk lokasi (x1000 Rp/m<sup>2</sup>).



## Weighted Product (WP)

- Tingkat kepentingan setiap kriteria, juga dinilai dengan 1 sampai 5, yaitu:
  - 1 = Sangat rendah,
  - 2 = Rendah,
  - 3 = Cukup,
  - 4 = Tinggi,
  - 5 = Sangat Tinggi.
- Pengambil keputusan memberikan bobot preferensi sebagai:

$$W = (5, 3, 4, 4, 2)$$

# Weighted Product (WP)

- Nilai setiap alternatif di setiap kriteria:

Alternatif	Kriteria				
	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
A <sub>1</sub>	0,75	2000	18	50	500
A <sub>2</sub>	0,50	1500	20	40	450
A <sub>3</sub>	0,90	2050	35	35	800

# Weighted Product (WP)

- Kategori setiap kriteria:
  - Kriteria C2 (kepadatan penduduk di sekitar lokasi) dan C4 (jarak dengan gudang yang sudah ada) adalah kriteria keuntungan;
  - Kriteria C1 (jarak dengan pasar terdekat), C3 (jarak dari pabrik), dan C5 (harga tanah untuk lokasi) adalah kriteria biaya.
- Sebelumnya dilakukan perbaikan bobot terlebih dahulu seperti sehingga  $\sum w = 1$ , diperoleh  $w_1 = 0,28$ ;  $w_2 = 0,17$ ;  $w_3 = 0,22$ ;  $w_4 = 0,22$ ; dan  $w_5 = 0,11$ .

# Weighted Product (WP)

- Kemudian vektor S dapat dihitung sebagai berikut:

$$S_1 = (0,75^{-0,28}) (2000^{0,17}) (18^{-0,22}) (50^{0,22}) (500^{-0,11}) = 2,4187$$

$$S_2 = (0,5^{-0,28}) (1500^{0,17}) (20^{-0,22}) (40^{0,22}) (450^{-0,11}) = 2,4270$$

$$S_3 = (0,9^{-0,28}) (2050^{0,17}) (35^{-0,22}) (35^{0,22}) (800^{-0,11}) = 1,7462$$

## Weighted Product (WP)

- Nilai vektor  $V$  yang akan digunakan untuk perankingan dapat dihitung sebagai berikut:

$$V_1 = \frac{2,4187}{2,4187 + 2,4270 + 1,7462} = 0,3669$$

$$V_2 = \frac{2,4270}{2,4187 + 2,4270 + 1,7462} = 0,3682$$

$$V_3 = \frac{1,7462}{2,4187 + 2,4270 + 1,7462} = 0,2649$$

- Nilai terbesar ada pada  $V_2$  sehingga alternatif  $A_2$  adalah alternatif yang terpilih sebagai alternatif terbaik.
- Dengan kata lain, Kapasan akan terpilih sebagai lokasi untuk mendirikan gudang baru.

# Latihan

- Orang tua ingin memilih sekolah dasar untuk anaknya. Pertimbangannya berdasarkan jarak dari rumah, prestasi sekolah, akreditasi, dan lingkungan. Terdapat 4 alternatif sekolah yang dipilih yaitu A, B, C, dan D.
- Prestasi sekolah diberikan bobot sebagai berikut : Internasional = 4, nasional = 3, provinsi = 2, kabupaten = 1, dan tidak ada = 0
- Akreditasi diberikan bobot sebagai berikut: A = 3, B = 2, C = 1
- Lingkungan sekolah diberikan bobot sebagai berikut: sangat bersih = 2, bersih = 1 dan tidak bersih = 0
- Jarak adalah kriteria biaya, sedangkan prestasi, akreditasi dan lingkungan adalah kriteria keuntungan
- Dengan menggunakan SAW dan WP, alternatif sekolah mana yang dipilih?  $W = (4, 3, 3, 2)$
- Nilai alternatif seperti table di bawah ini:

Alternatif	C <sub>1</sub> (jarak = km)	C <sub>2</sub> (prestasi)	C <sub>3</sub> (akreditasi)	C <sub>4</sub> (lingkungan)
A	3	Provinsi	A	Sangat bersih
B	5	Nasional	B	Sangat bersih
C	1	Nasional	A	Bersih
D	4	Internasional	B	Bersih