



# 09. Algoritma Pengurutan Quick Sort dan Merge Sort

---

ARNA FARIZA  
YULIANA SETIOWATI

POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

## Capaian Pembelajaran

---

- Mahasiswa mampu memahami algoritma pengurutan yaitu Quick Sort dan Merge Sort
- Mahasiswa dapat mengimplementasikan fungsi algoritma pengurutan Quick Sort dan Merge Sort



POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

# Materi

---

Algoritma Merge Sort

Algoritma Quick Sort



POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

# Algoritma Quick Sort

---

Metode *quick sort* dikembangkan oleh **C.A.R Hoare** pada tahun 1960, dan dimuat sebagai artikel di "Computer Journal 5" pada April 1962.

Algoritma sorting yang berdasarkan perbandingan dengan metoda **divide-and-conquer**.

Disebut Quick Sort, karena Algoritma quick sort mengurutkan dengan sangat cepat, namun algoritma ini sangat kompleks dan diproses secara rekursif.

Algoritma pengurutan data yang menggunakan teknik pemecahan data menjadi partisi-partisi, sehingga metode ini disebut juga dengan nama **partition exchange sort**.



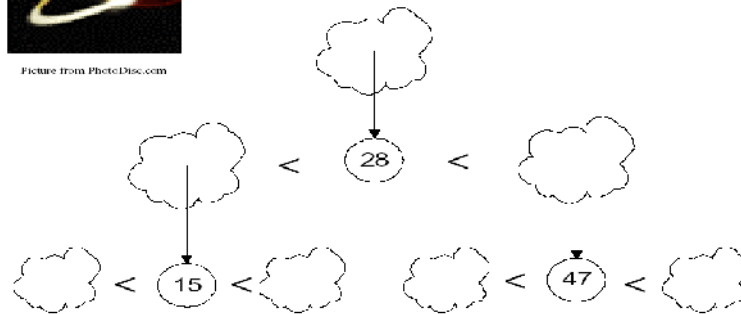
POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

PENS-ITS

## Ide Quicksort



Picture from PhotoDisc.com



Tentukan "pivot". Bagi Data menjadi 2 Bagian yaitu Data kurang dari pivot dan Data lebih besar dari pivot. Urutkan tiap bagian tersebut secara rekursif.

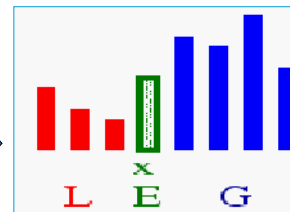
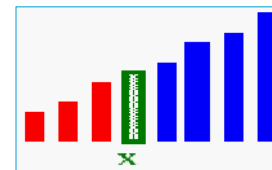
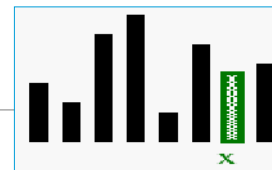


POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

## Ide Quicksort

Divide-and-Conquer

1. Tentukan pivotnya
2. Divide (Bagi): Data disusun sehingga x berada pada posisi akhir E
3. Recur and Conquer: Diurutkan secara rekursif



# Algoritma Pengurutan

---

Insertion, selection and bubble sort , worst casenya merupakan class kuadratik  
Mergesort and Quicksort

$$O(n \log_2 n)$$



POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

# Quicksort

---

Algoritma divide-and-conquer

- **Divide** : array  $A[p..r]$  is *dipartisi* menjadi dua subarray yang tidak empty  $A[p..q]$  and  $A[q+1..r]$ 
  - Invariant: Semua elemen pada  $A[p..q]$  lebih kecil dari semua elemen pada  $A[q+1..r]$
- **Conquer** : Subarray diurutkan secara rekursif dengan memanggil quicksort



POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

## Program Quicksort

---

```
Quicksort(A,p, r)
{
    if (p < r)
    {
        q = Partition(p, r);
        Quicksort(A, p, q);
        Quicksort(A, q+1, r);
    }
}
```



## Quicksort - Partisi

---

Jelas, semua kegiatan penting berada pada fungsi `partition()`

- Menyusun kembali subarray
- Hasil akhir :
  - Dua subarray
  - Semua elemen pada subarray pertama **lebih kecil dari** semua nilai pada subarray kedua
- Mengembalikan indeks pivot yang membagi subarray



## Partisi

Partition(A, p, r):

- Pilih elemen sebagai "pivot" (*which?*)
- Dua bagian A[p..i] and A[j..r]
  - Semua element pada A[p..i]  $\leq$  pivot
  - Semua element pada A[j..r]  $\geq$  pivot
- Increment i sampai A[i]  $\geq$  pivot (var i digunakan untuk mendapatkan bilangan  $\geq$  pivot)
- Decrement j sampai A[j]  $\leq$  pivot (var j digunakan untuk mendapatkan bilangan  $\leq$  pivot)
- Swap A[i] dan A[j]
- Repeat Until i  $\geq$  j
- Return j



POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

## Partition Code

```

Partition(A, p, r)
  x = A[p];
  i = p - 1;
  j = r + 1;
  while (TRUE)
    repeat
      j--;
    until A[j] <= x;
    repeat
      i++;
    until A[i] >= x;
    if (i < j)
      swap(A, i, j);
    else
      return j;

```



POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

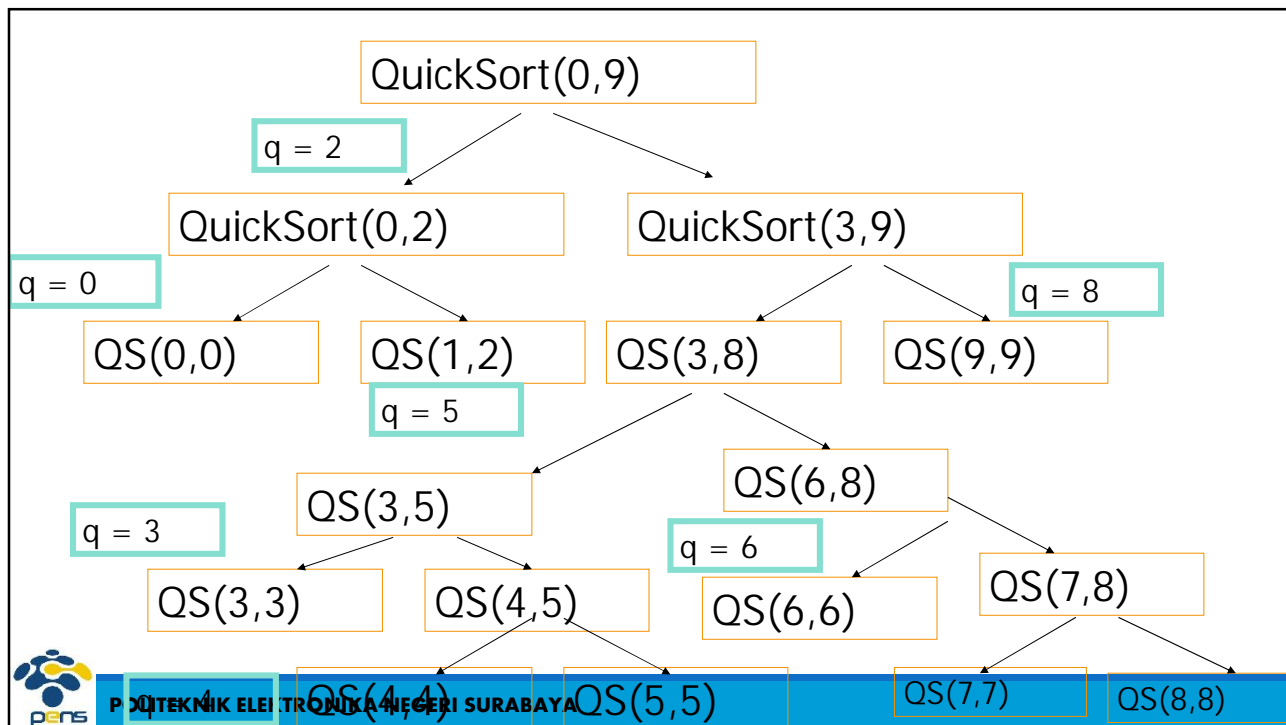
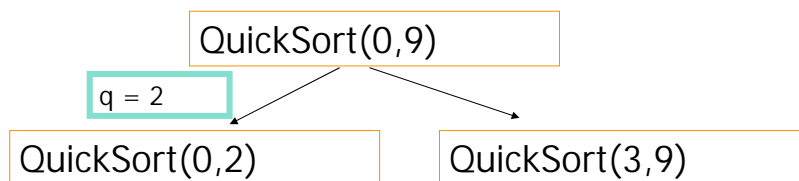
# Pohon Rekursif Quick Sort

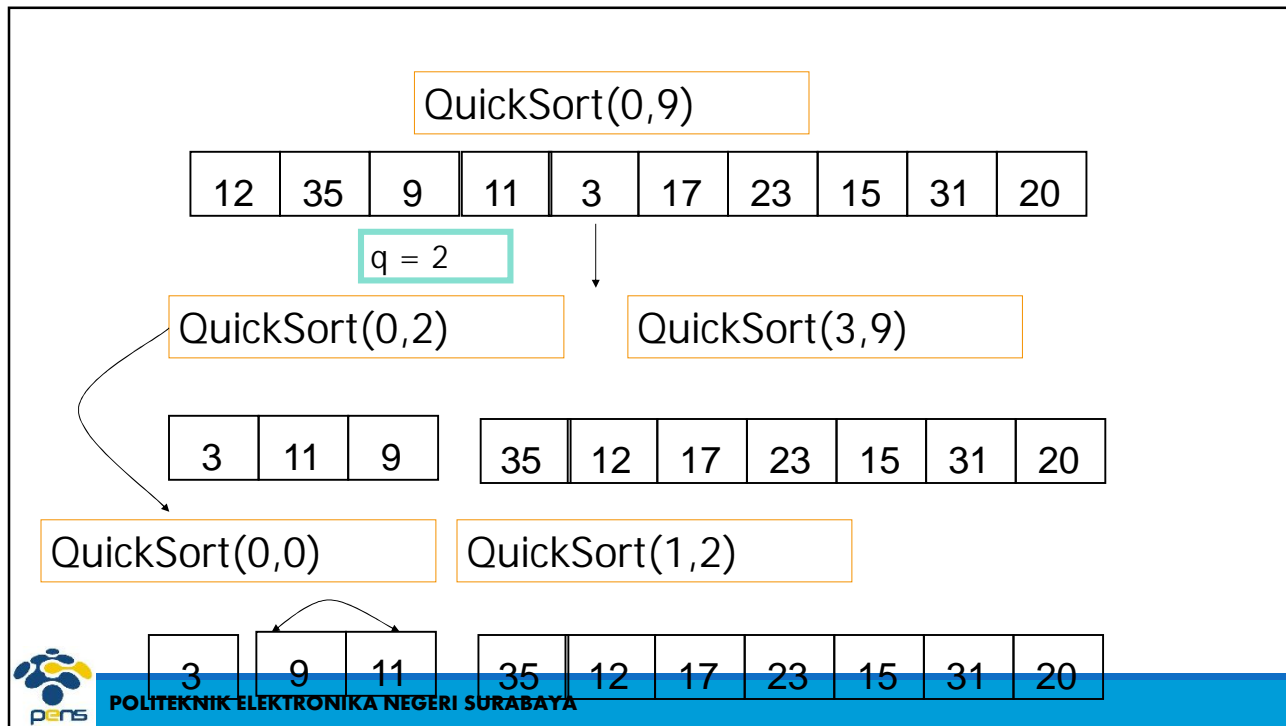
Pada slide 13 merupakan pohon rekursif dari Quick Sort.

Terdapat 10 data yaitu 12, 35, 9, 11, 3, 17, 23, 15, 31, 20.

Pemanggilan method dengan cara **QuickSort(0,9)**, selanjutnya dilakukan proses Partisi, data dipartisi pada indeks ke-2 sehingga menghasilkan proses rekursif **QuickSort(0,2)** dan **QuickSort(3,9)**

Proses rekursif berhenti jika hanya berisi satu data saja, misal **QuickSort(3,3)**





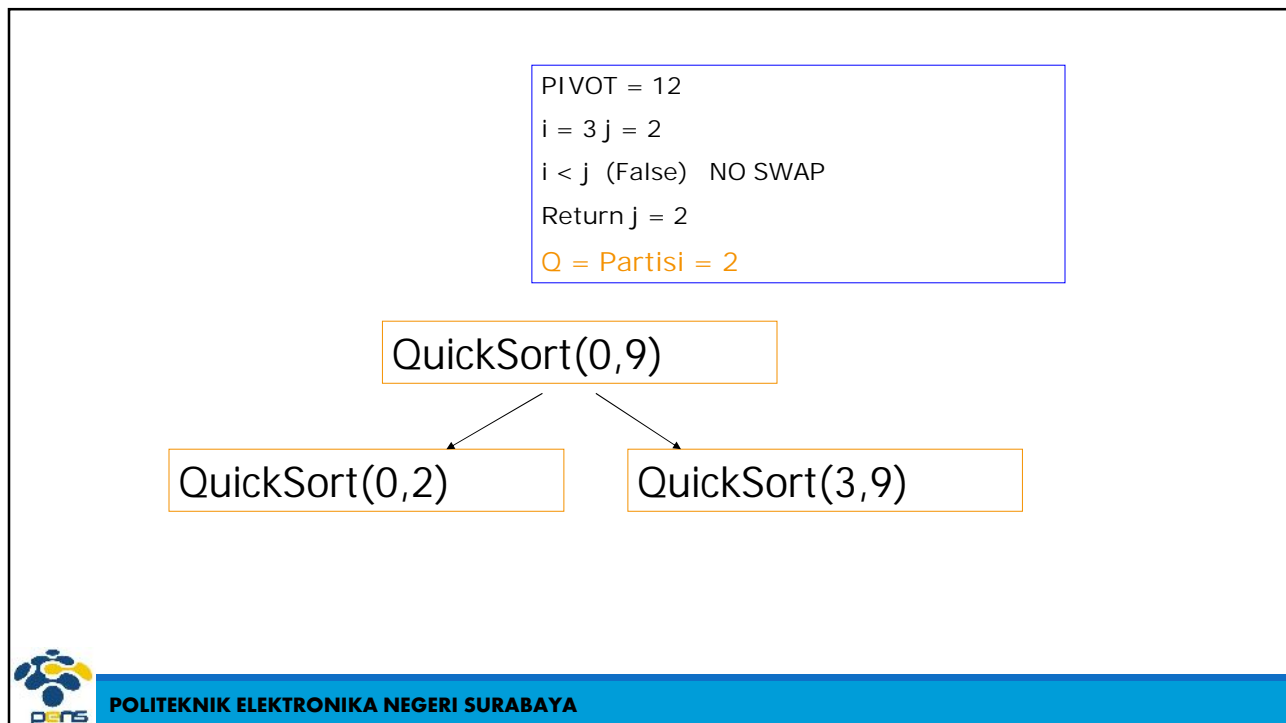
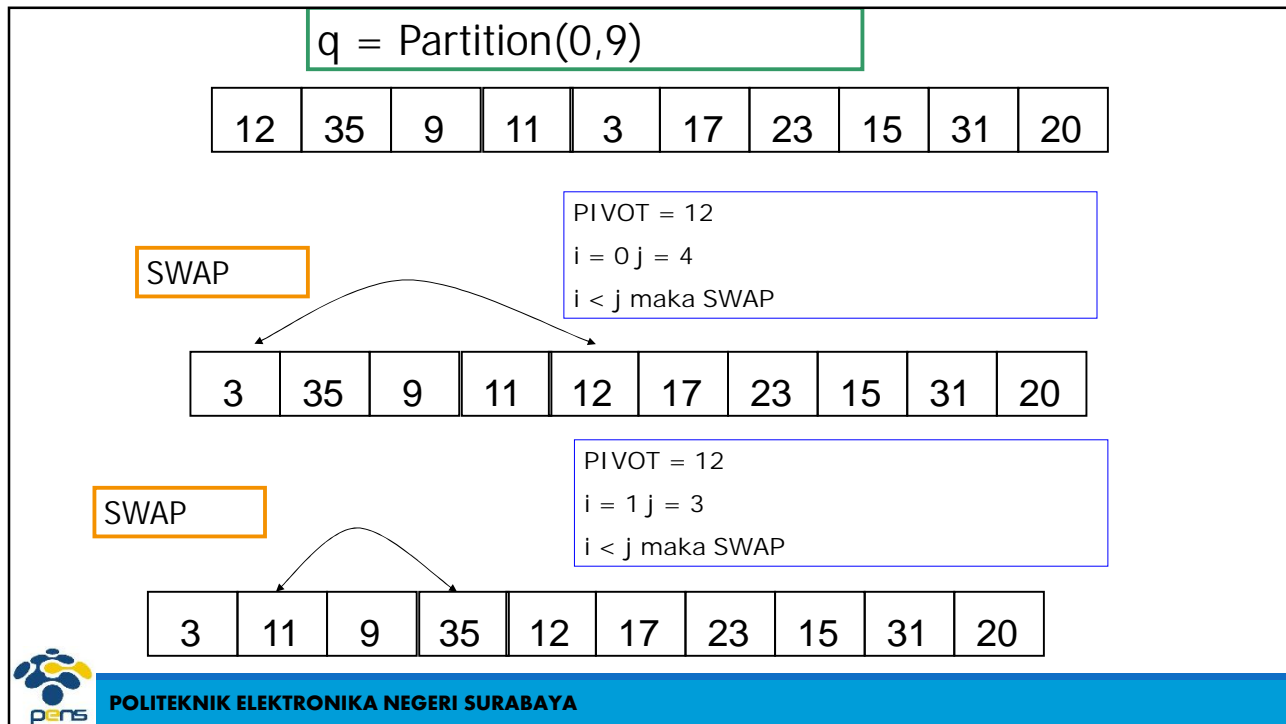
12	35	9	11	3	17	23	15	31	20
----	----	---	----	---	----	----	----	----	----

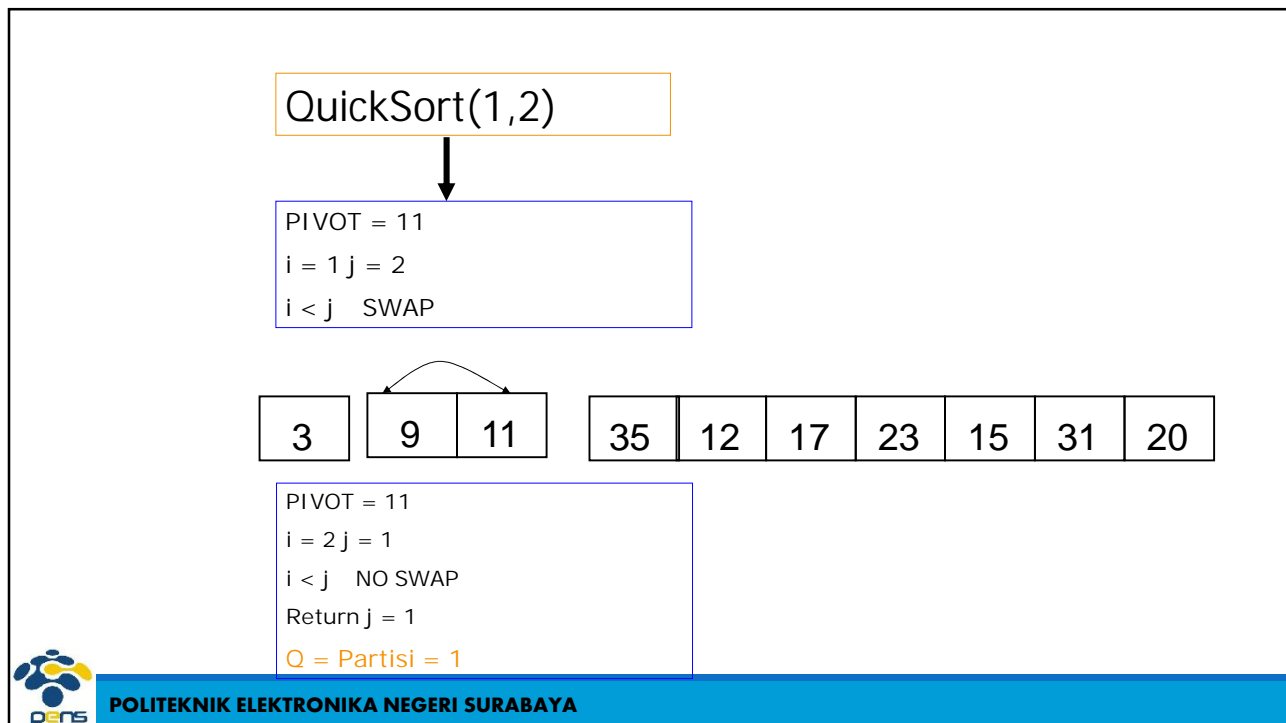
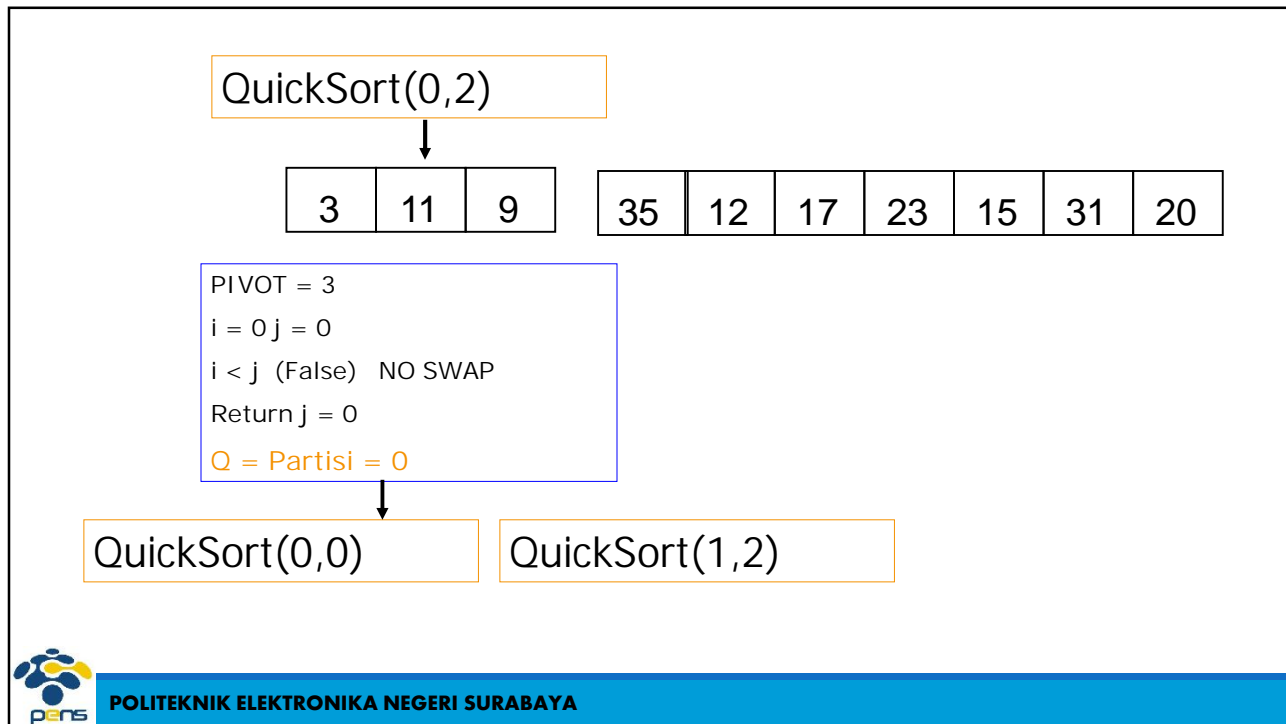
QuickSort(0,9)

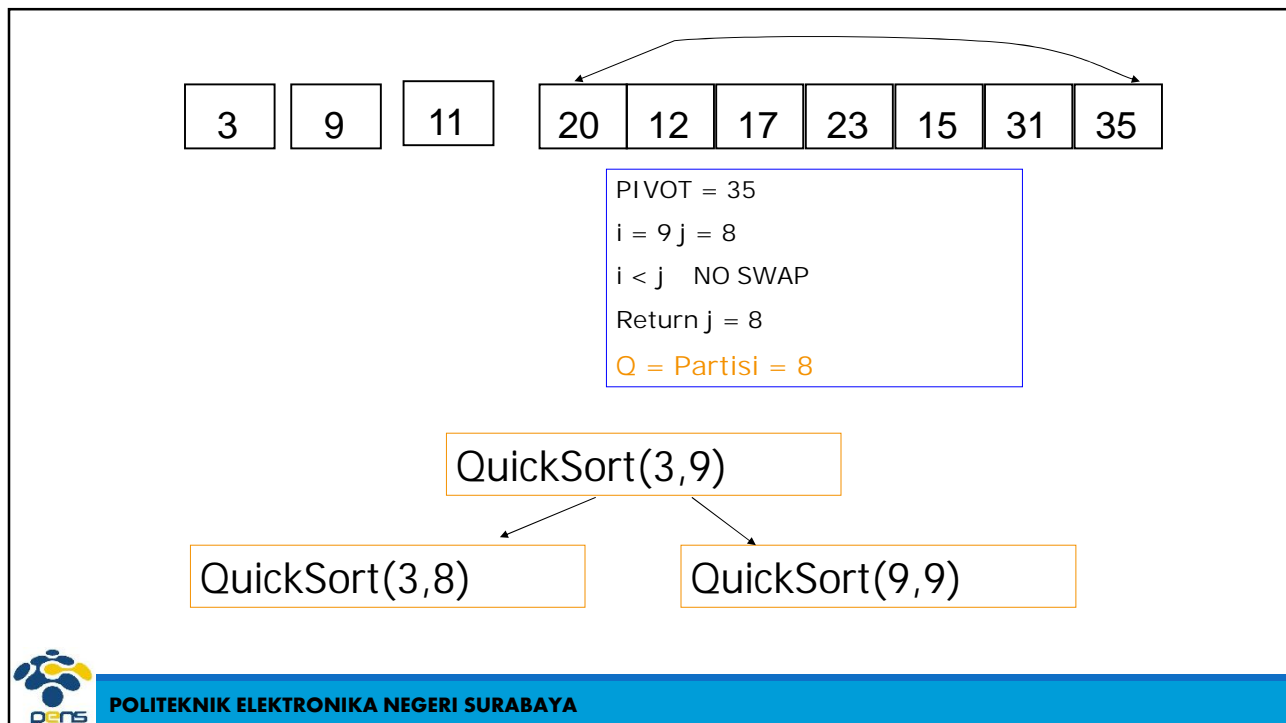
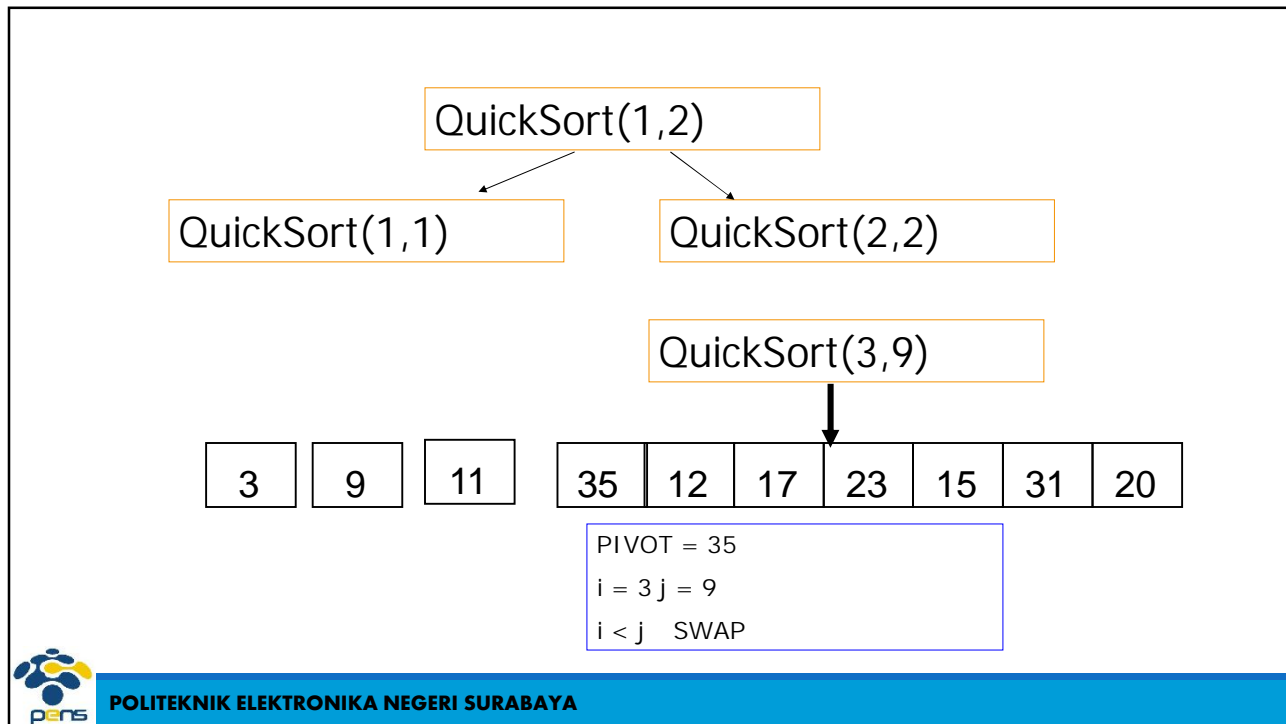
- X = PIVOT merupakan indeks ke -0, sehingga
- PIVOT = 12
- terdapat variabel i dan j , i=0 , j=9
- variabel i untuk mencari bilangan yang lebih besar dari PIVOT. Cara kerjanya : selama Data[i] < PIVOT maka nilai i ditambah.
- variabel j untuk mencari bilangan yang lebih kecil dari PIVOT. Cara kerjanya : selama Data[j] > PIVOT maka nilai j dikurangi

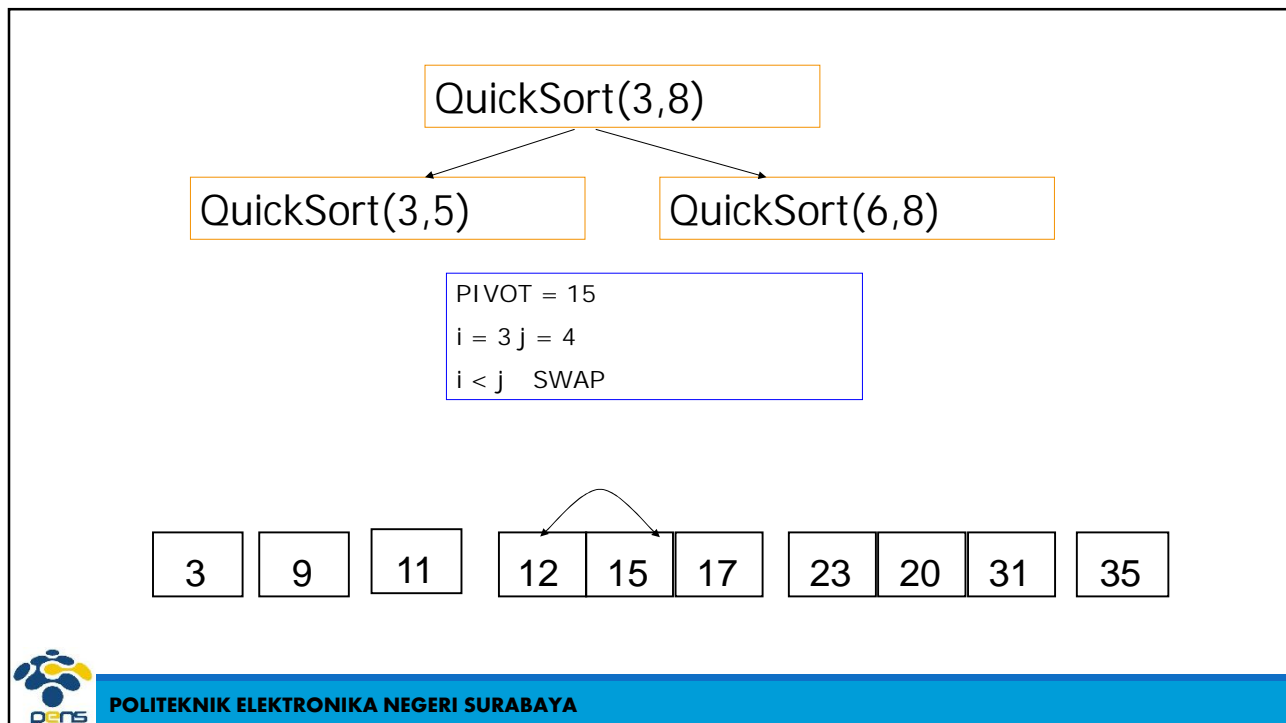
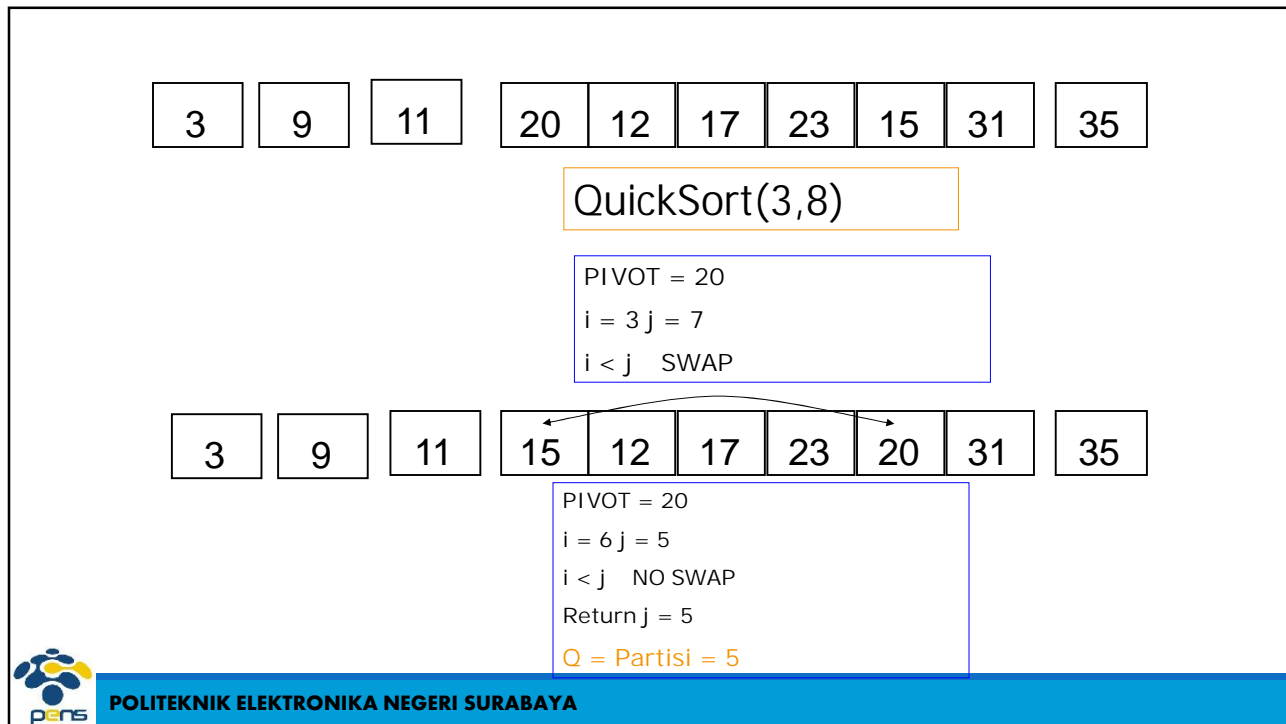
POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

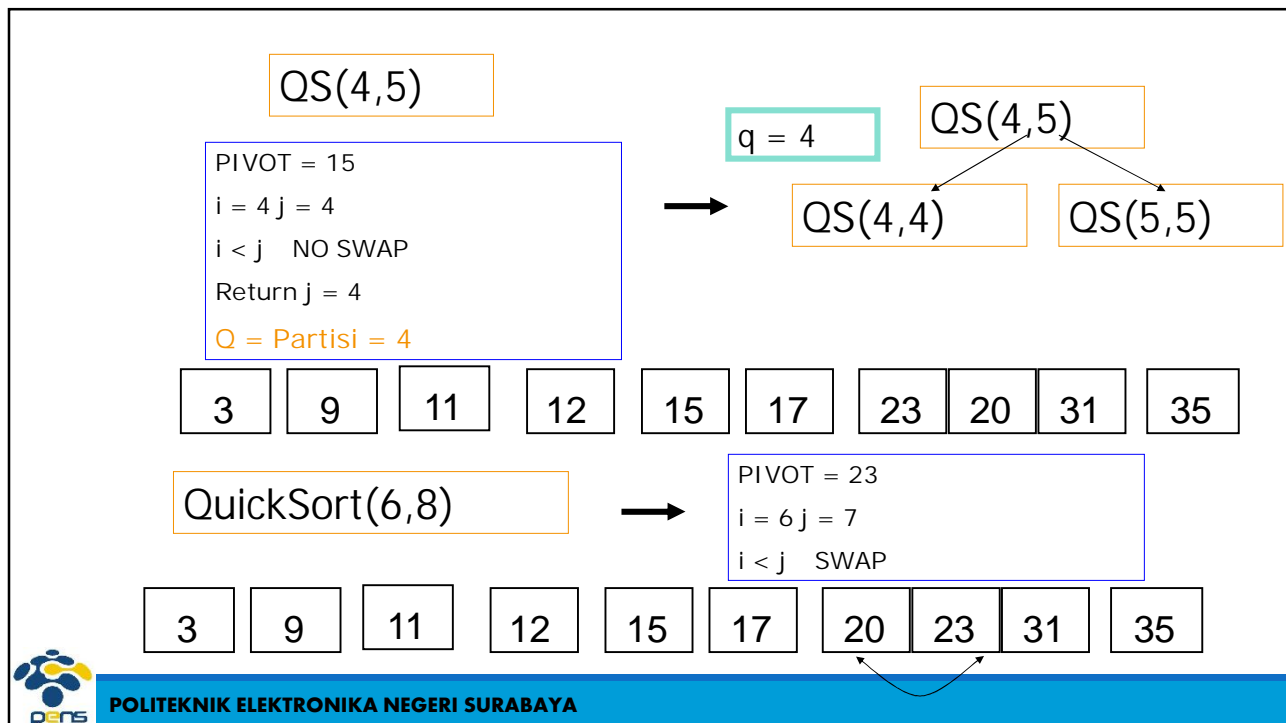
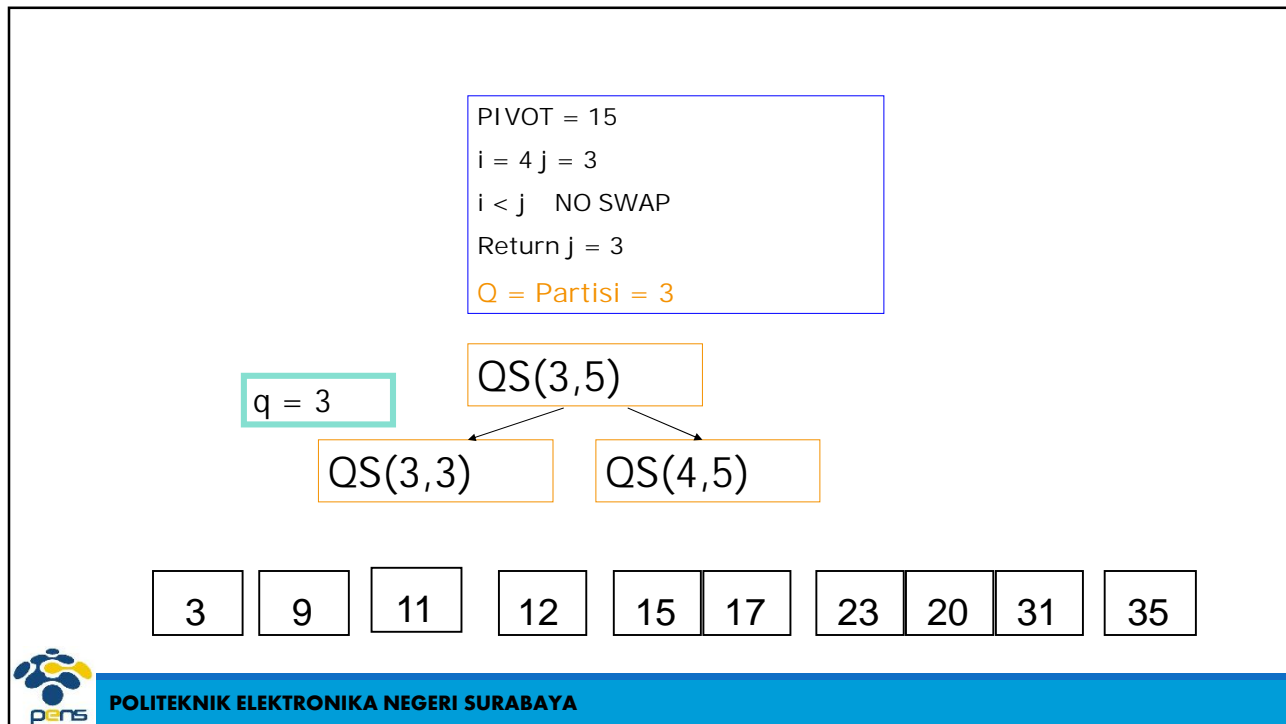


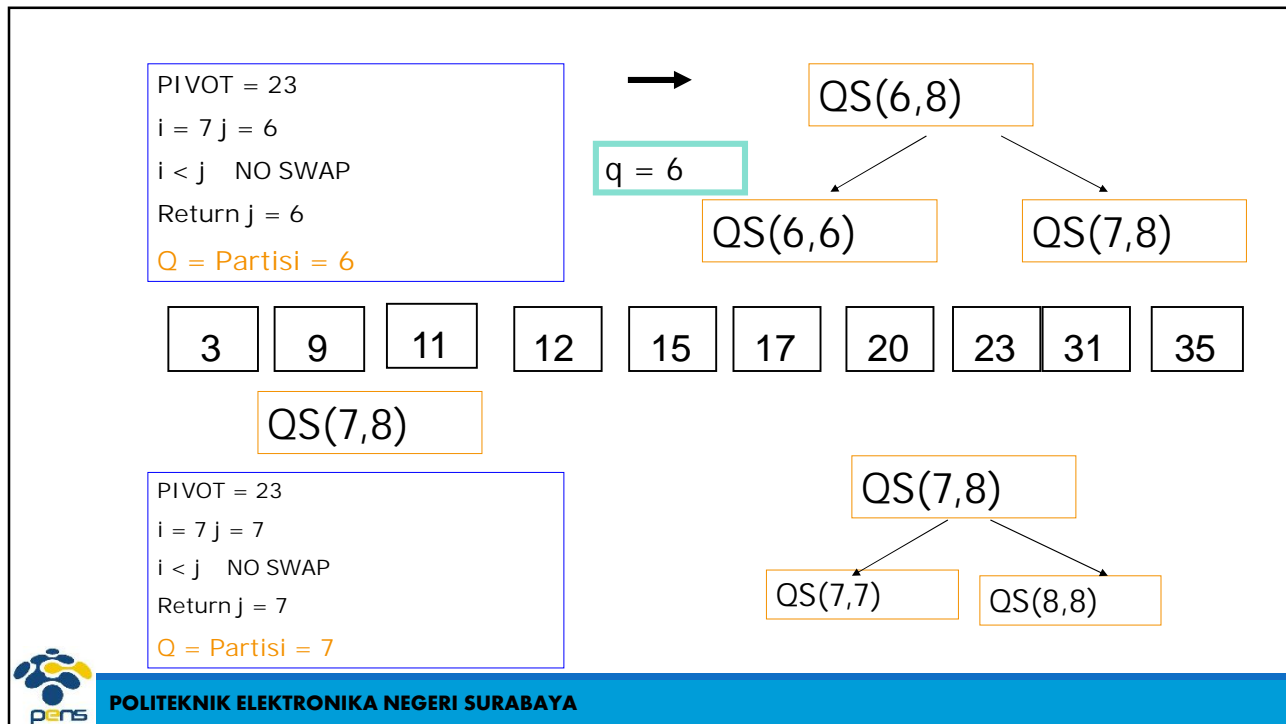












## Analisa Quicksort

Misalkan pivot dipilih secara random.

Berapa hasil running time untuk Best Case ?

- Rekursif
  1. Partisi membagi array menjadi dua subarray dengan ukuran  $n/2$
  2. Quicksort untuk tiap subarray
- Berapa Waktu Rekursif ?  $O(\log_2 n)$
- Jumlah pengaksesan partisi ?  $O(n)$

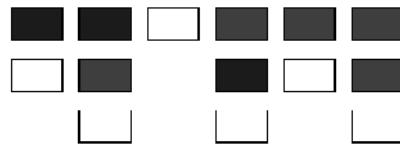


## Analisa Quicksort

Diasumsikan bahwa pivot dipilih secara random

### Running Time untuk Best case : $O(n \log_2 n)$

- Pivot selalu berada ditengah elemen
- Tiap pemanggilan rekursif array dibagi menjadi dua subarray dengan ukuran yang sama, Bagian sebelah kiri pivot : elemennya lebih kecil dari pivot, Bagian sebelah kanan pivot : elemennya lebih besar dari pivot



## Analisa Quicksort

Diasumsikan bahwa pivot dipilih secara random

### Running Time untuk Best case : $O(n \log_2 n)$

Berapa running time untuk Worst case?



## Analisa Quicksort

### Worst case: $O(N^2)$

Pivot merupakan elemen terbesar atau terkecil pada tiap pemanggilan rekursif, sehingga menjadi suatu bagian yang lebih kecil pivot, pivot dan bagian yang kosong

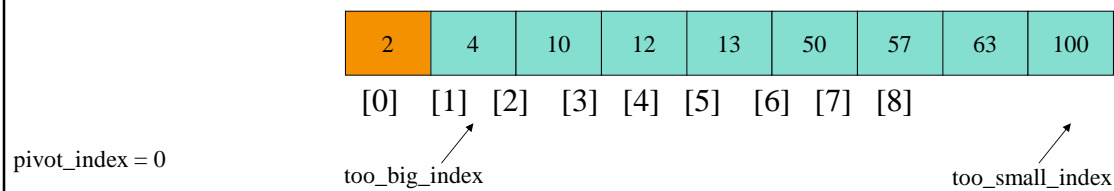


POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

## Quicksort: Worst Case

Dimisalkan elemen pertama dipilih sebagai pivot

Misalkan terdapat array yang sudah urut



POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA



## Quicksort Analysis

---

**Best case running time:  $O(n \log_2 n)$**

**Worst case running time:  $O(n^2)$**

**Average case running time:  $O(n \log_2 n)$**



## Kesimpulan Algoritma Sorting

Algorithm	Time	Notes
selection-sort	$O(n^2)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>in-place</li> <li>lambat ( baik untuk input kecil)</li> </ul>
insertion-sort	$O(n^2)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>in-place</li> <li>lambat ( baik untuk input kecil)</li> </ul>
quick-sort	$O(n \log_2 n)$ expected	<ul style="list-style-type: none"> <li>in-place, randomized</li> <li>paling cepat (Bagus untuk data besar)</li> </ul>
merge-sort	$O(n \log_2 n)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>sequential data access</li> <li>cepat (Bagus untuk data besar)</li> </ul>





# Merge Sort

---

POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

## Merge Sort

---

Merupakan algoritma **divide-and-conquer** (membagi dan menyelesaikan)

Membagi array menjadi dua bagian sampai subarray hanya berisi satu elemen

Mengabungkan solusi sub-problem :

- Membandingkan elemen pertama subarray
- Memindahkan elemen terkecil dan meletakkannya ke array hasil
- Lanjutkan Proses sampai semua elemen berada pada array hasil

Dibawah ini adalah data yang akan dilakukan proses Merge Sort

37	23	6	89	15	12	2	19
----	----	---	----	----	----	---	----



POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

98	23	45	14	6	67	33	42
----	----	----	----	---	----	----	----



POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

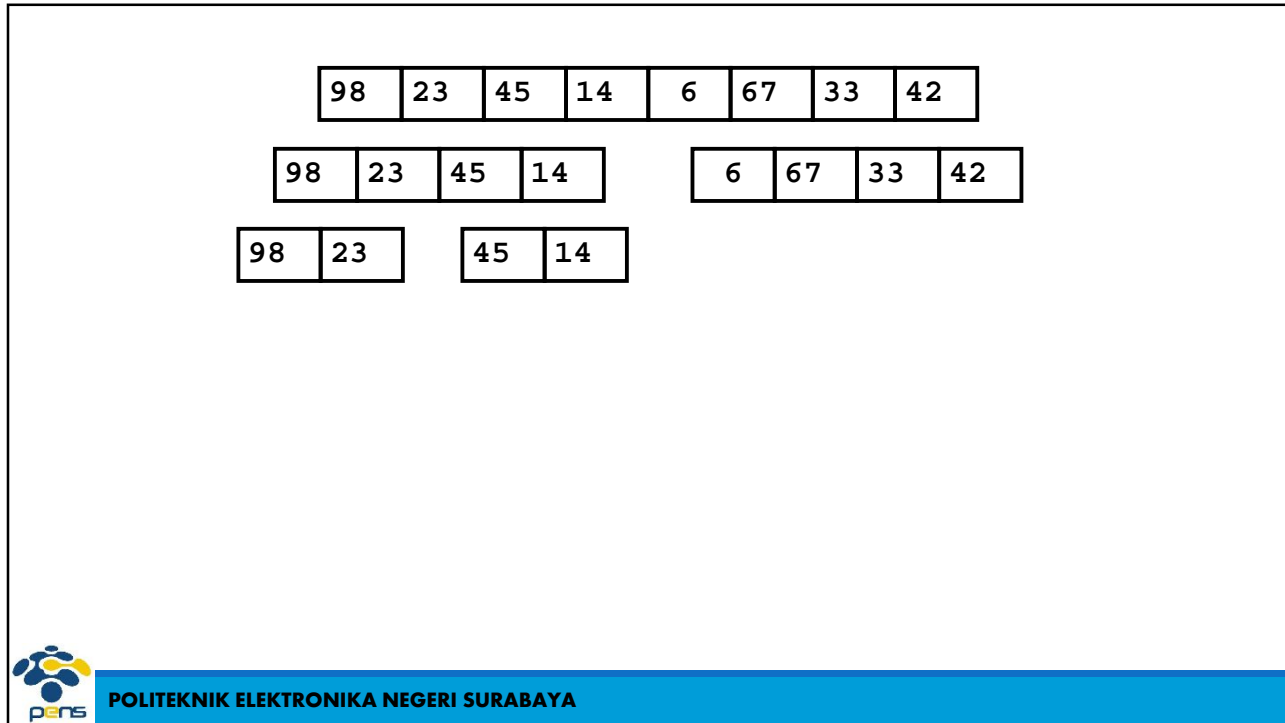
98	23	45	14	6	67	33	42
----	----	----	----	---	----	----	----

98	23	45	14
----	----	----	----

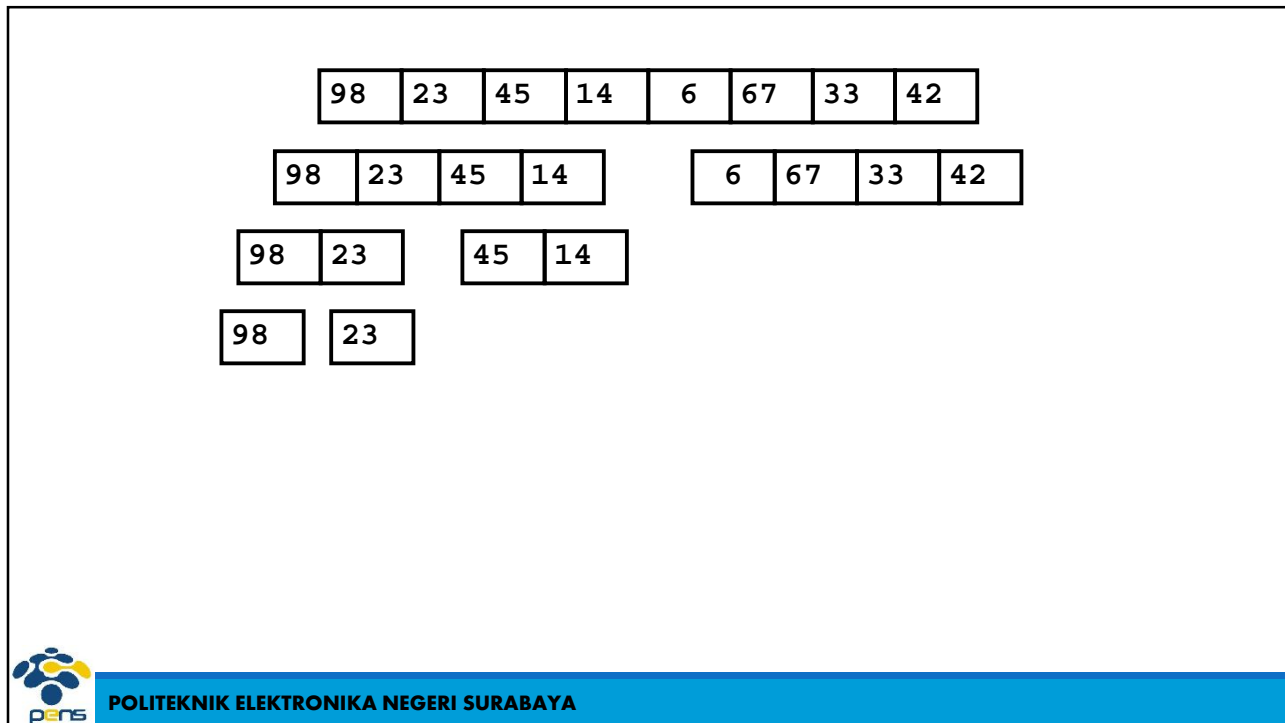
6	67	33	42
---	----	----	----



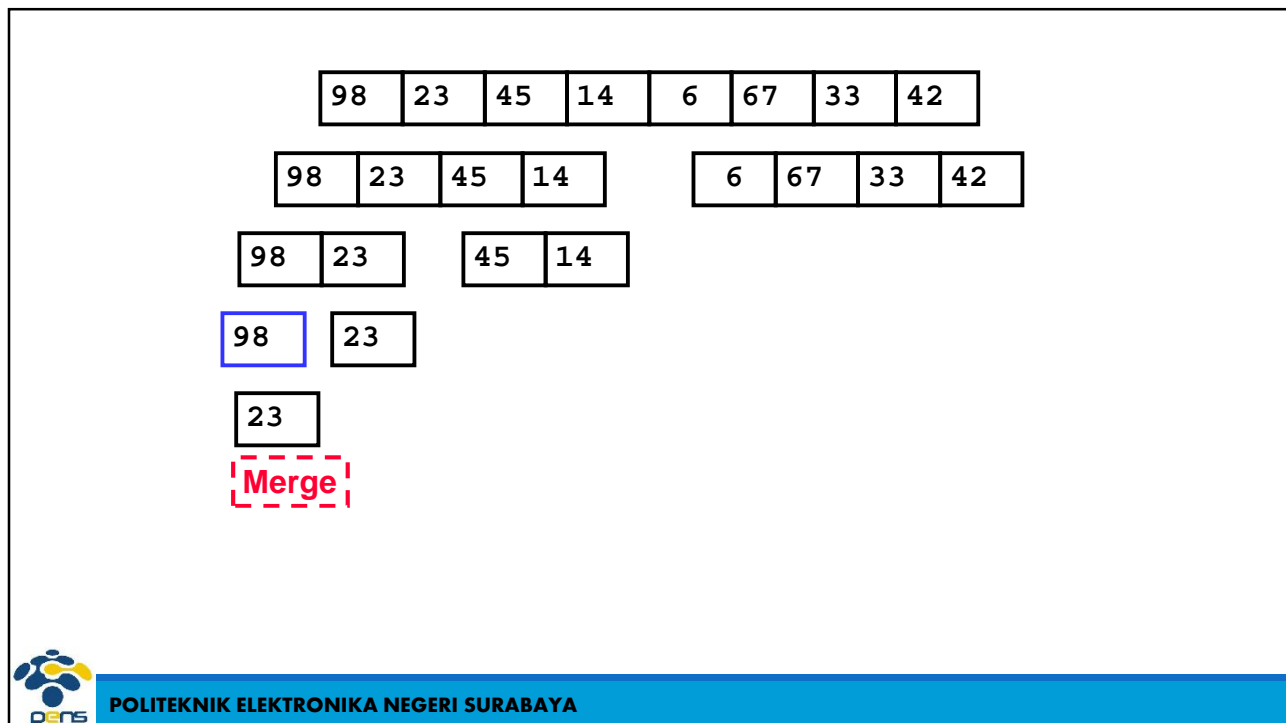
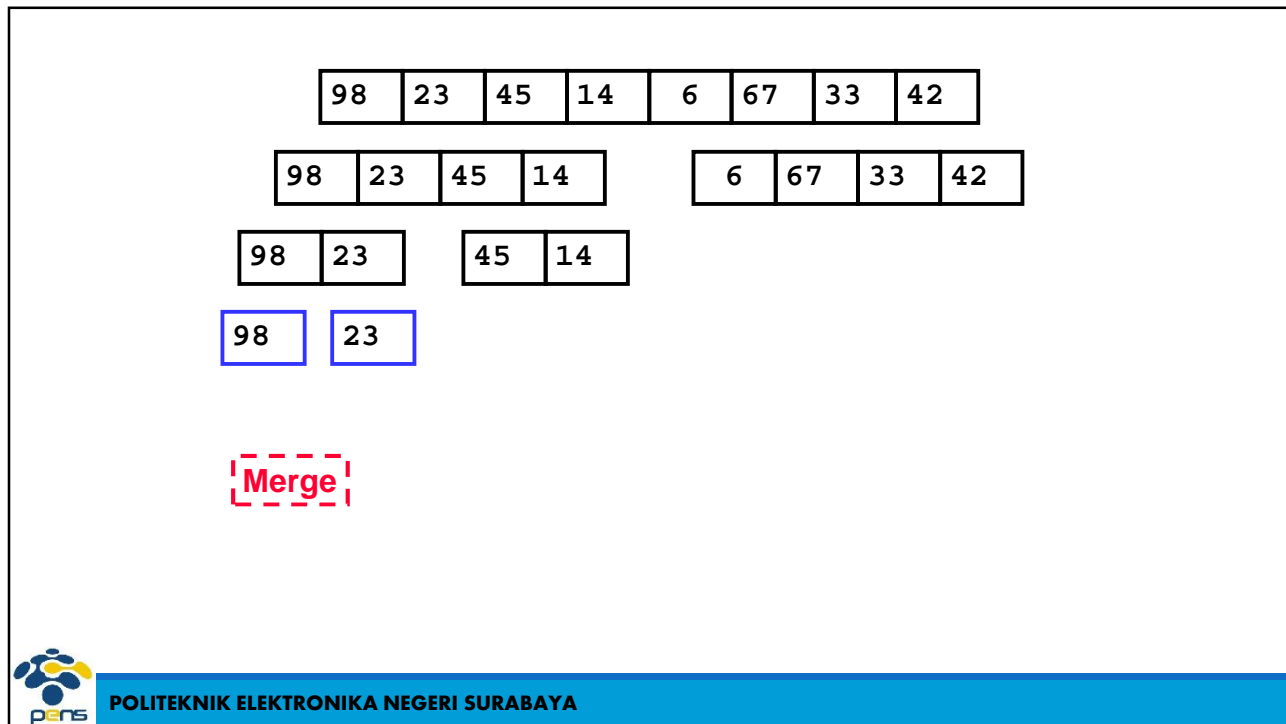
POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

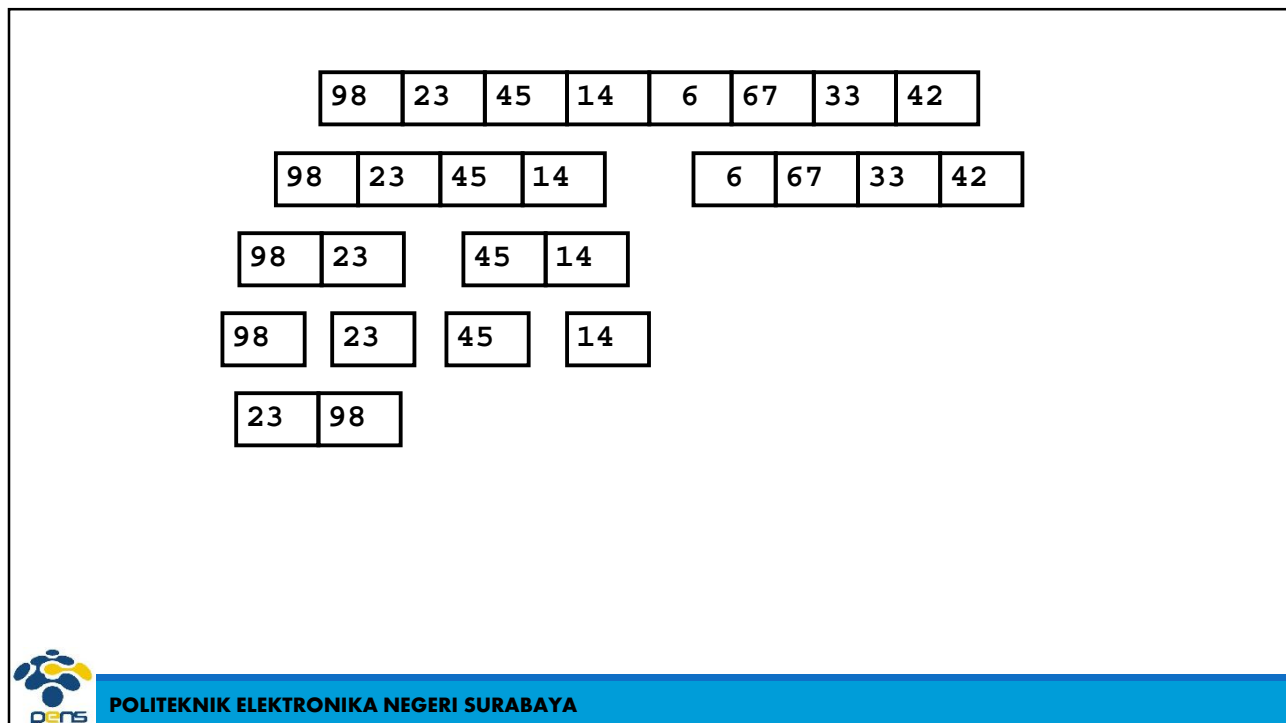
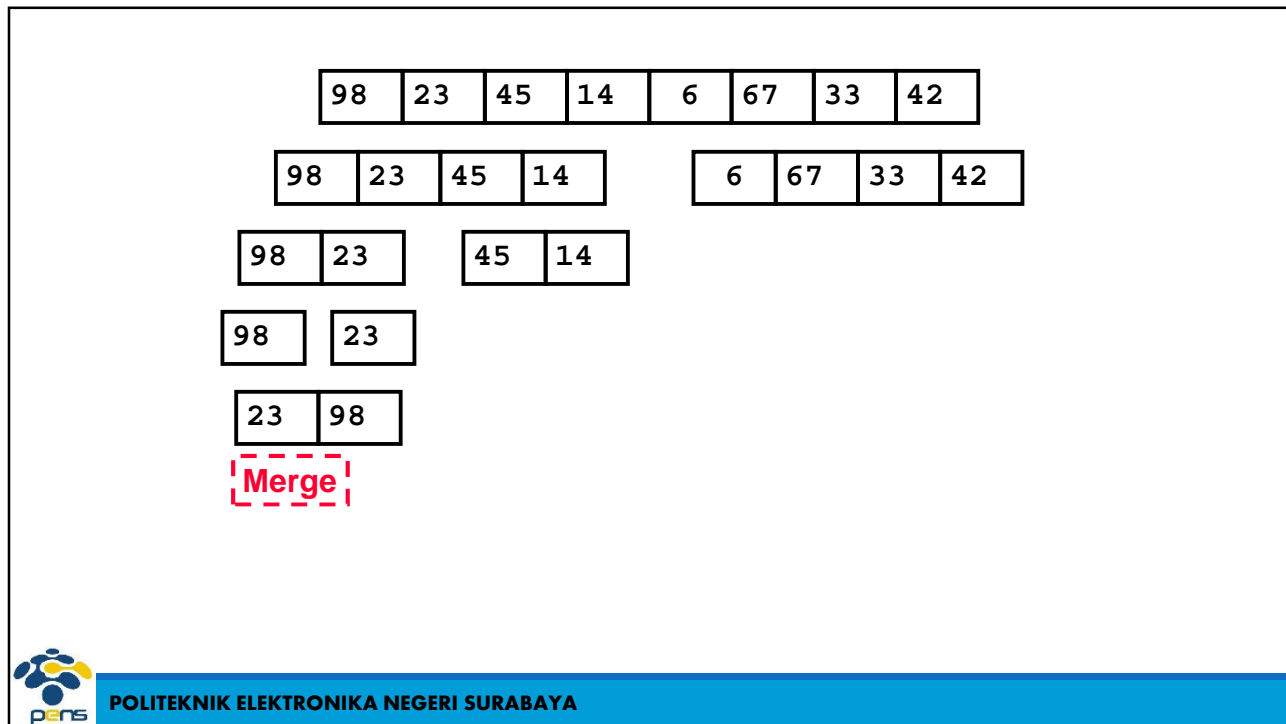


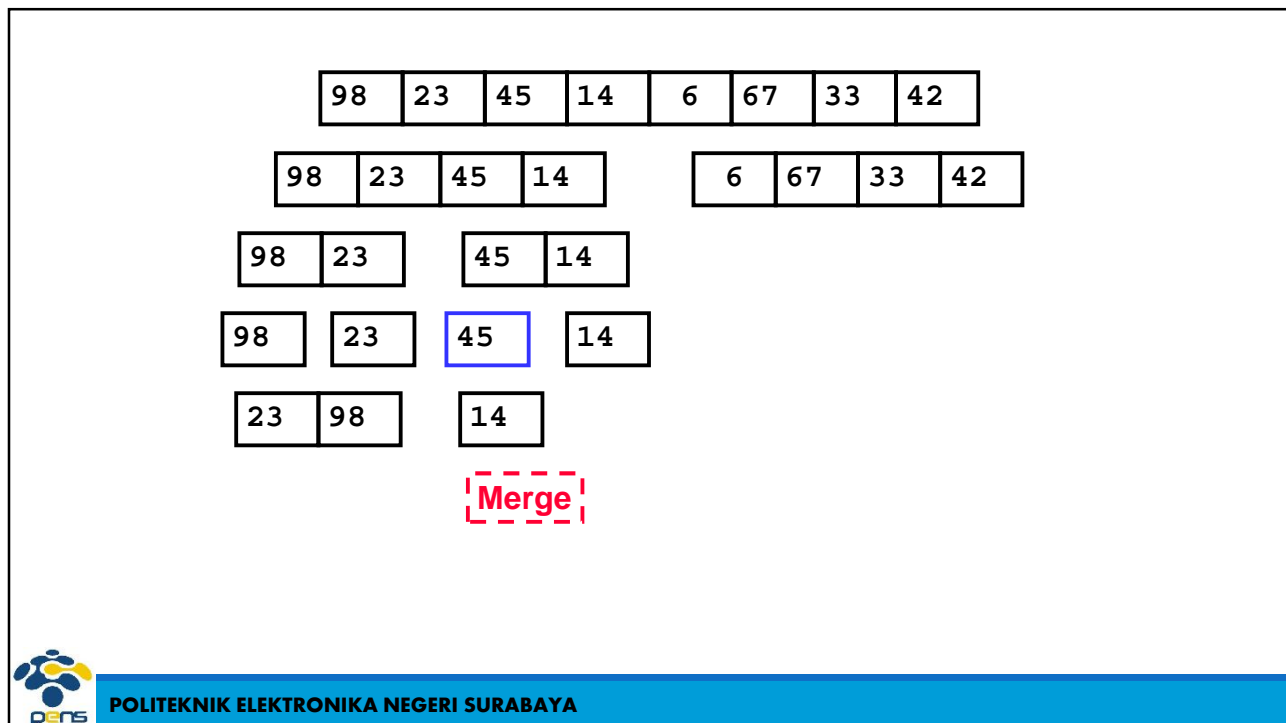
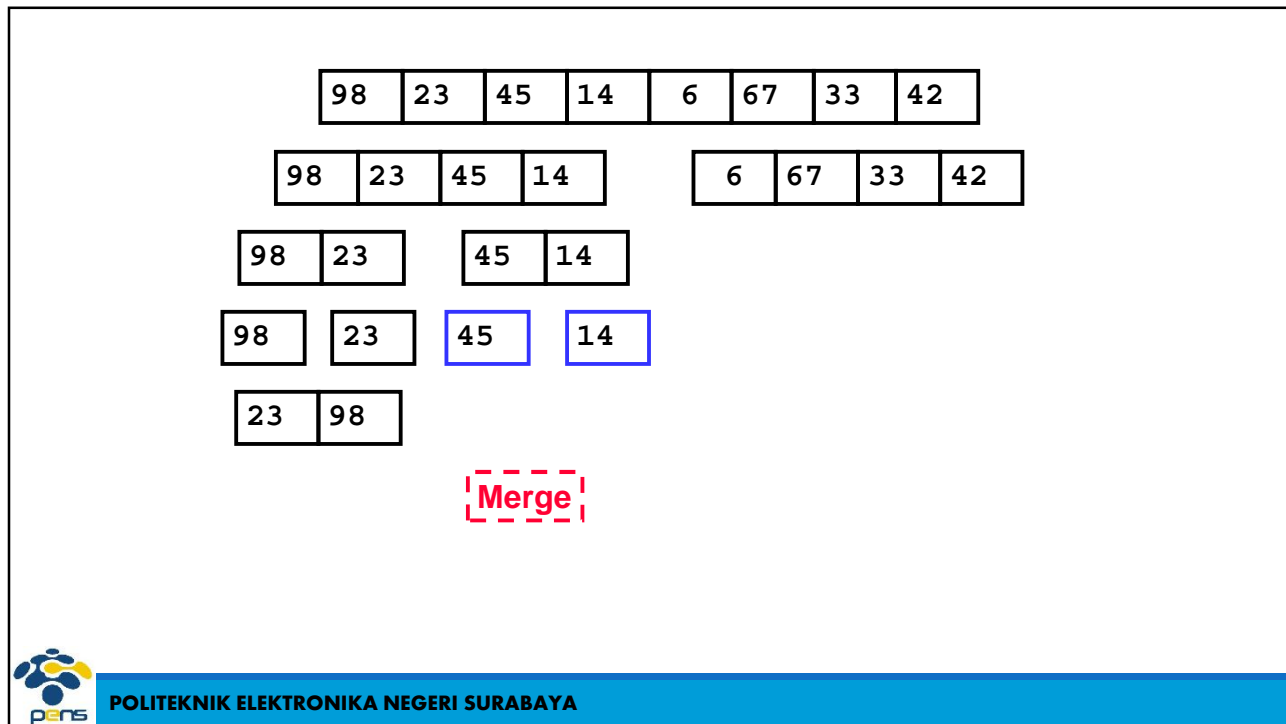
POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

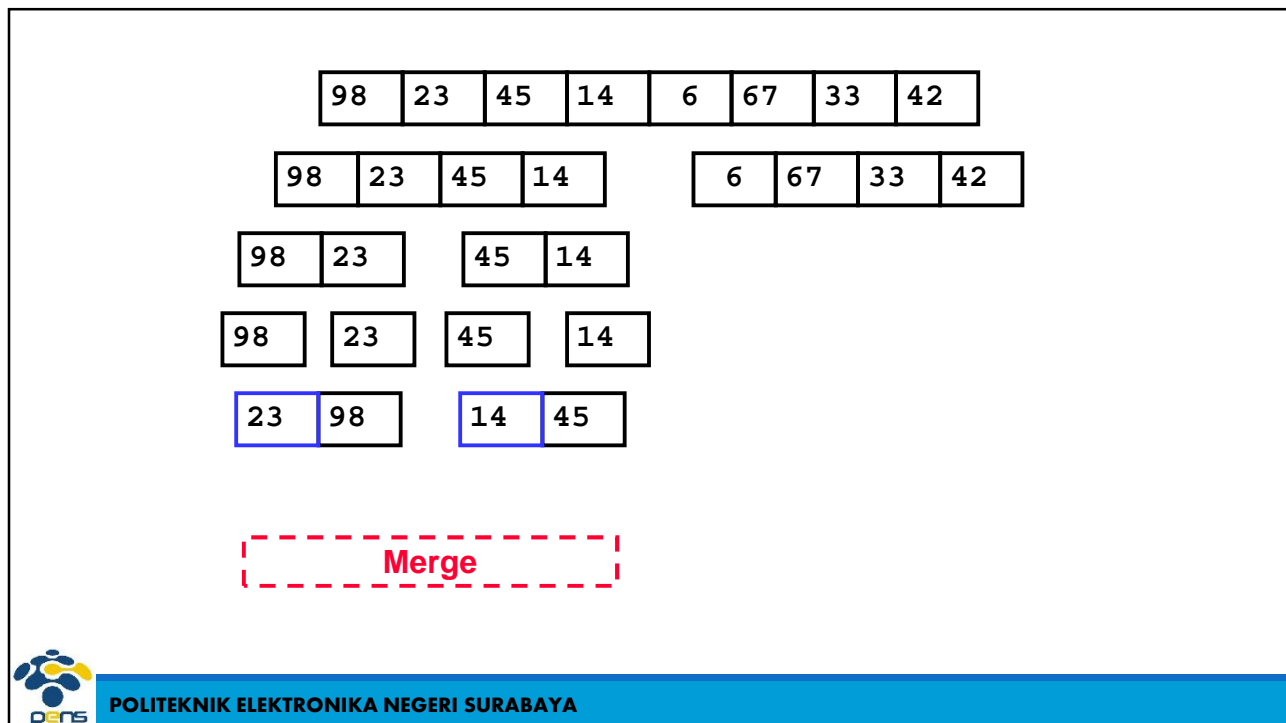
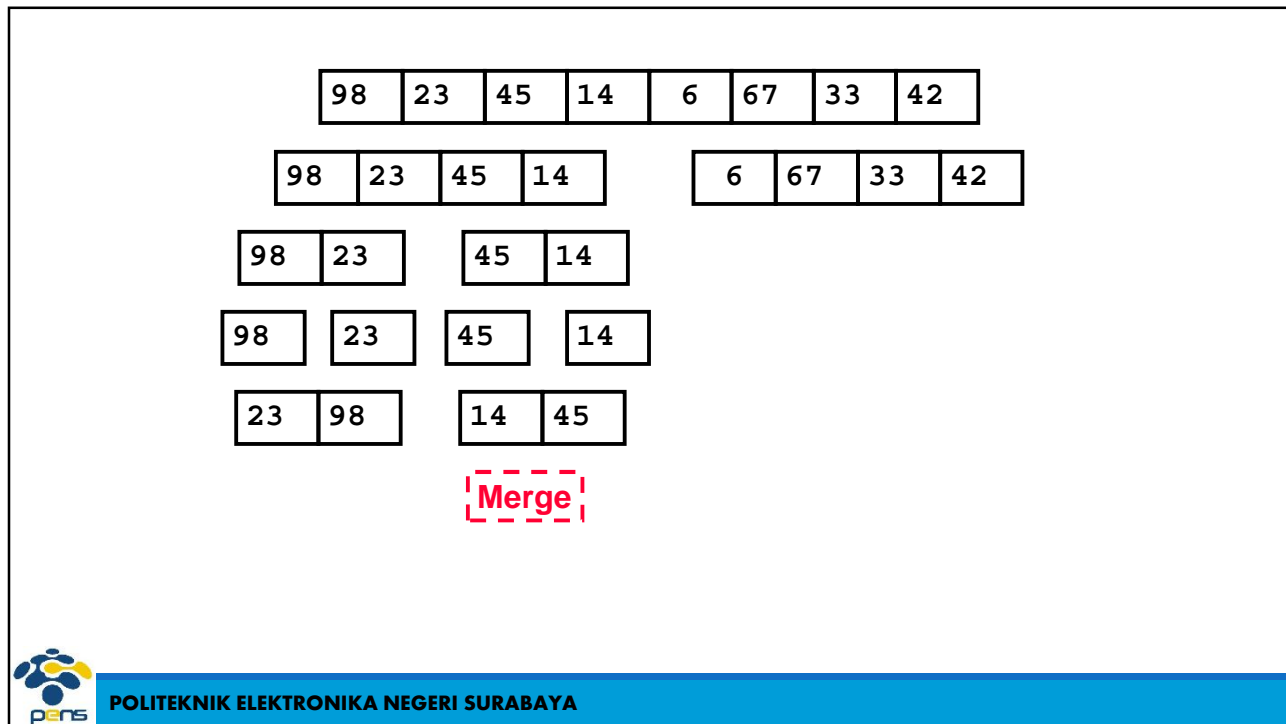


POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

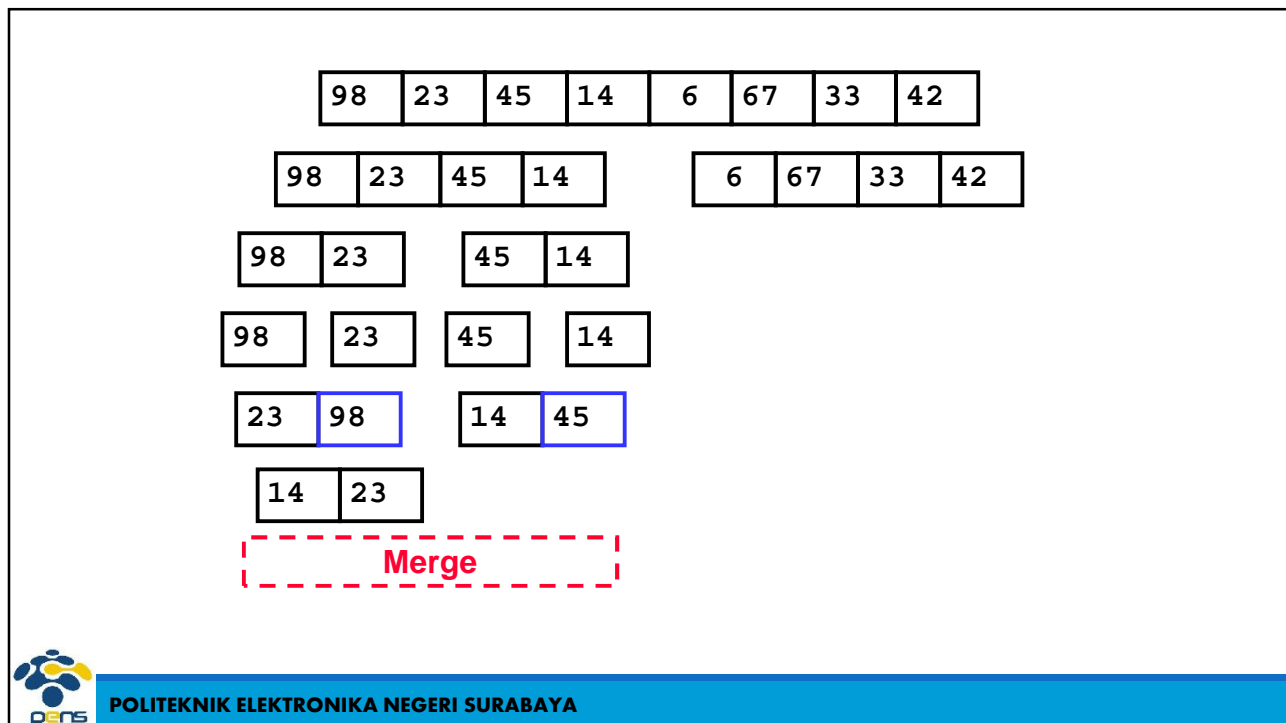
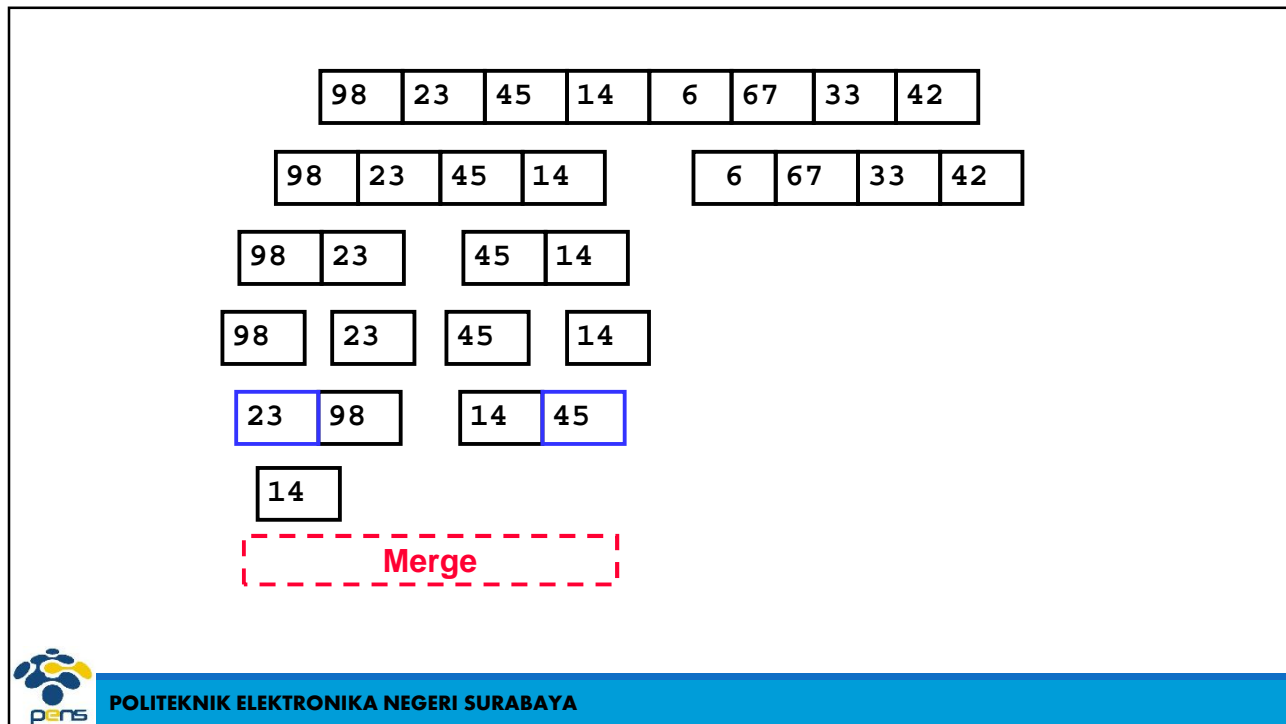


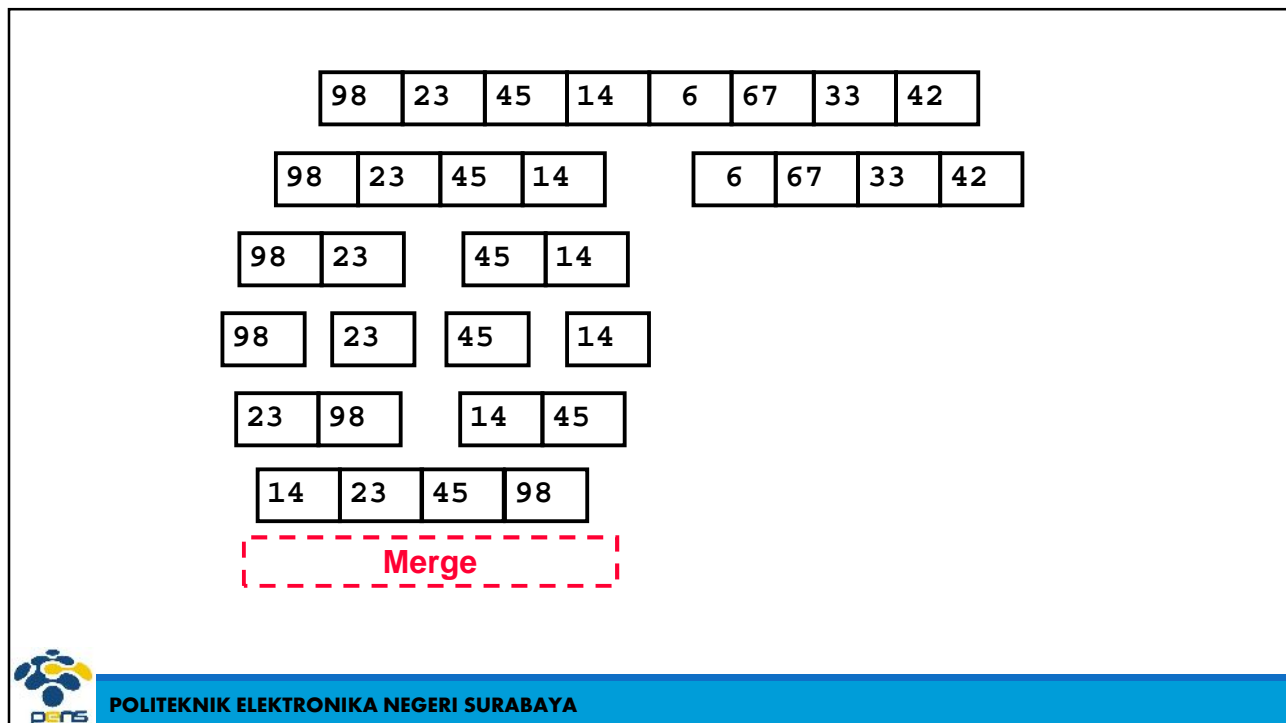
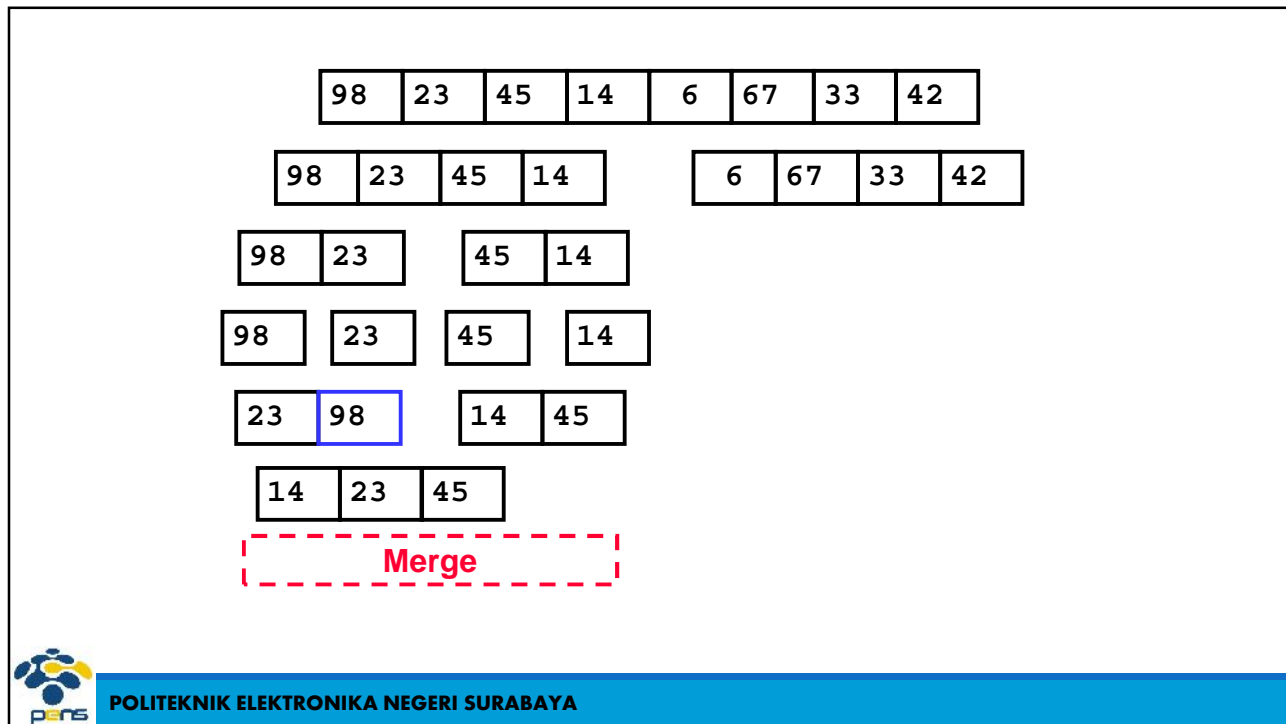


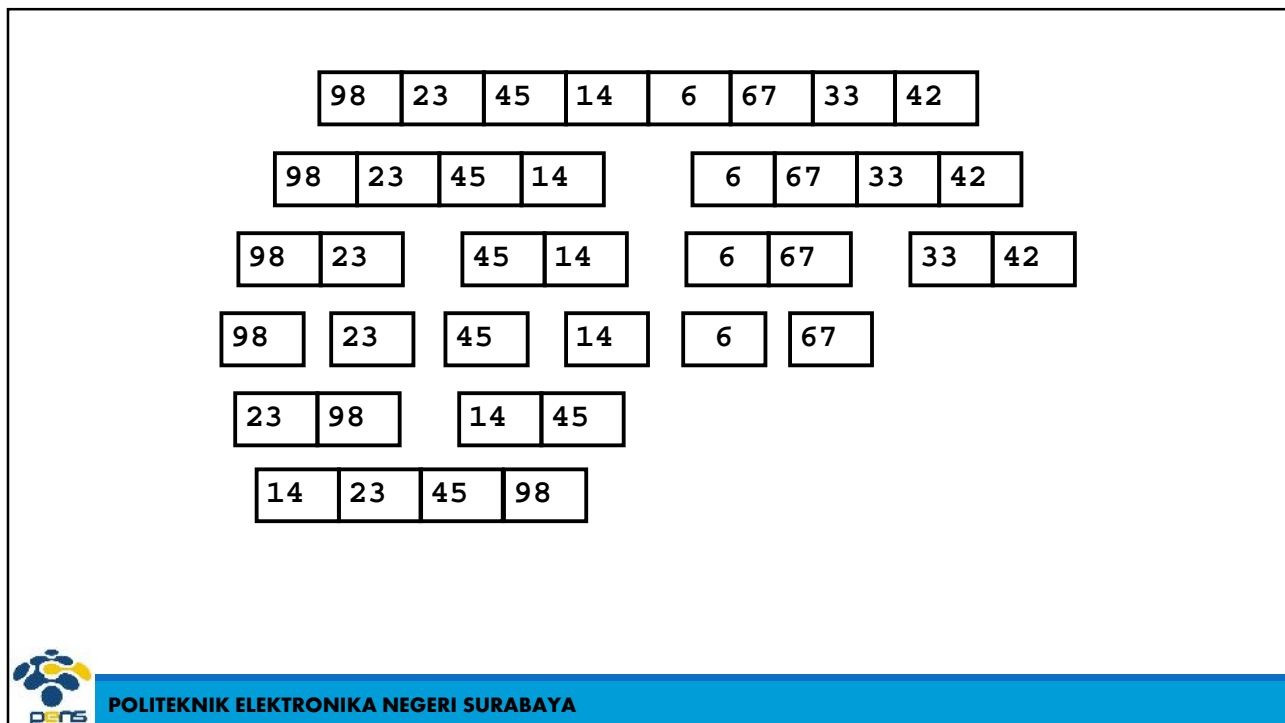
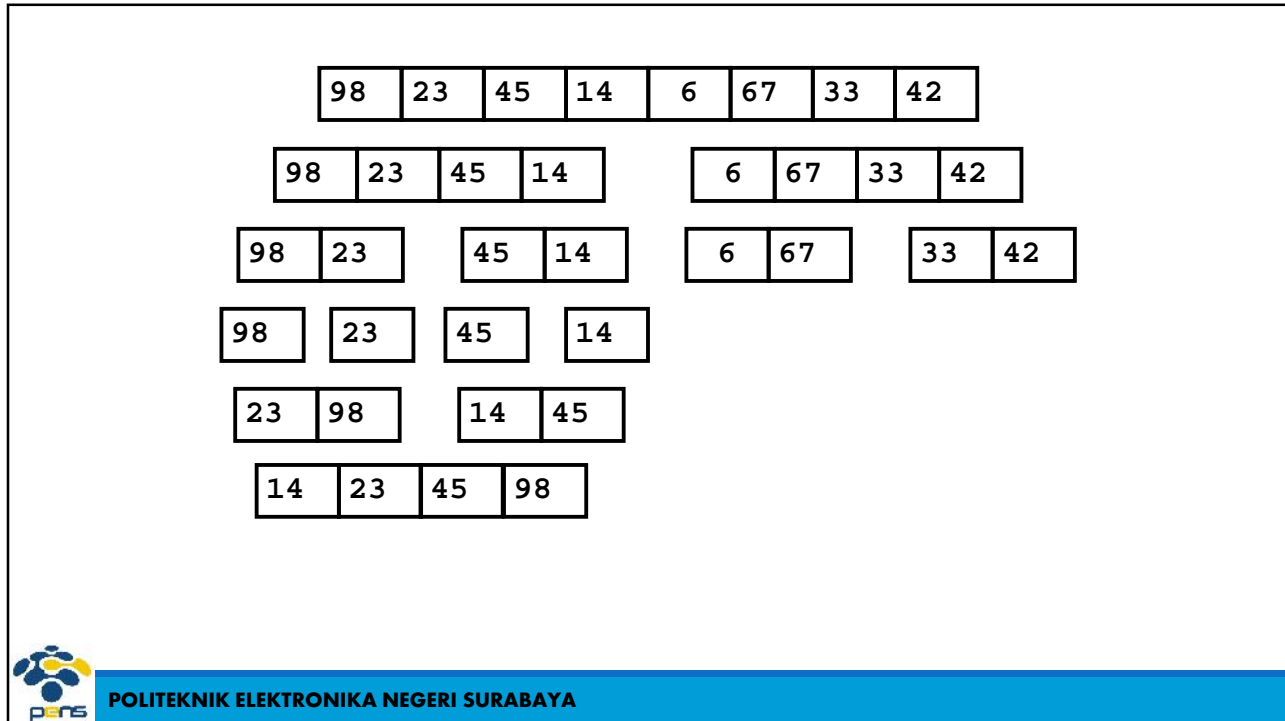


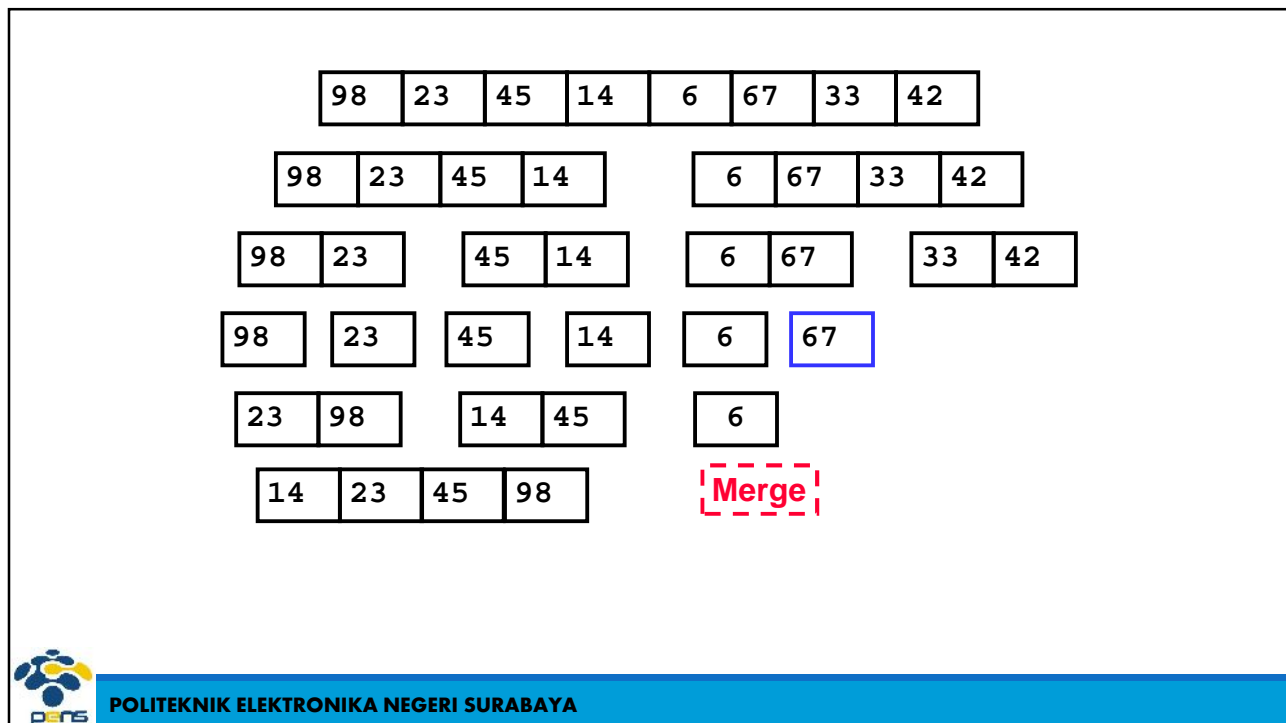
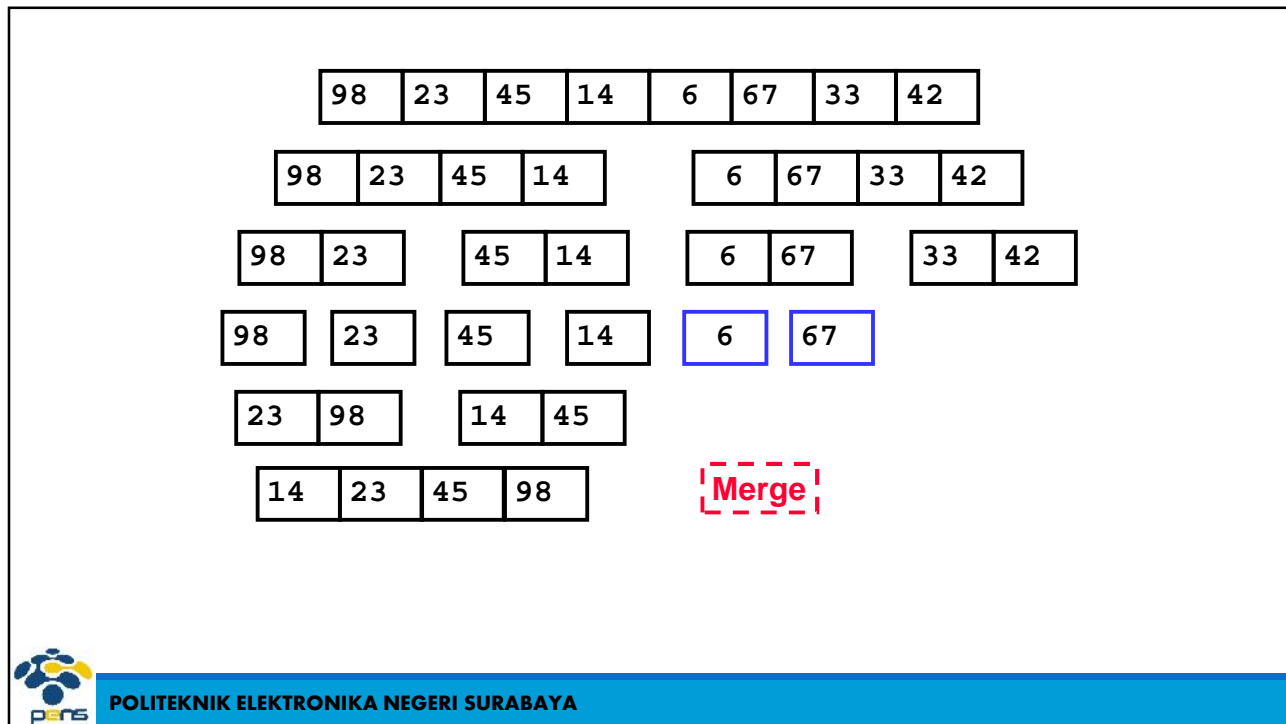


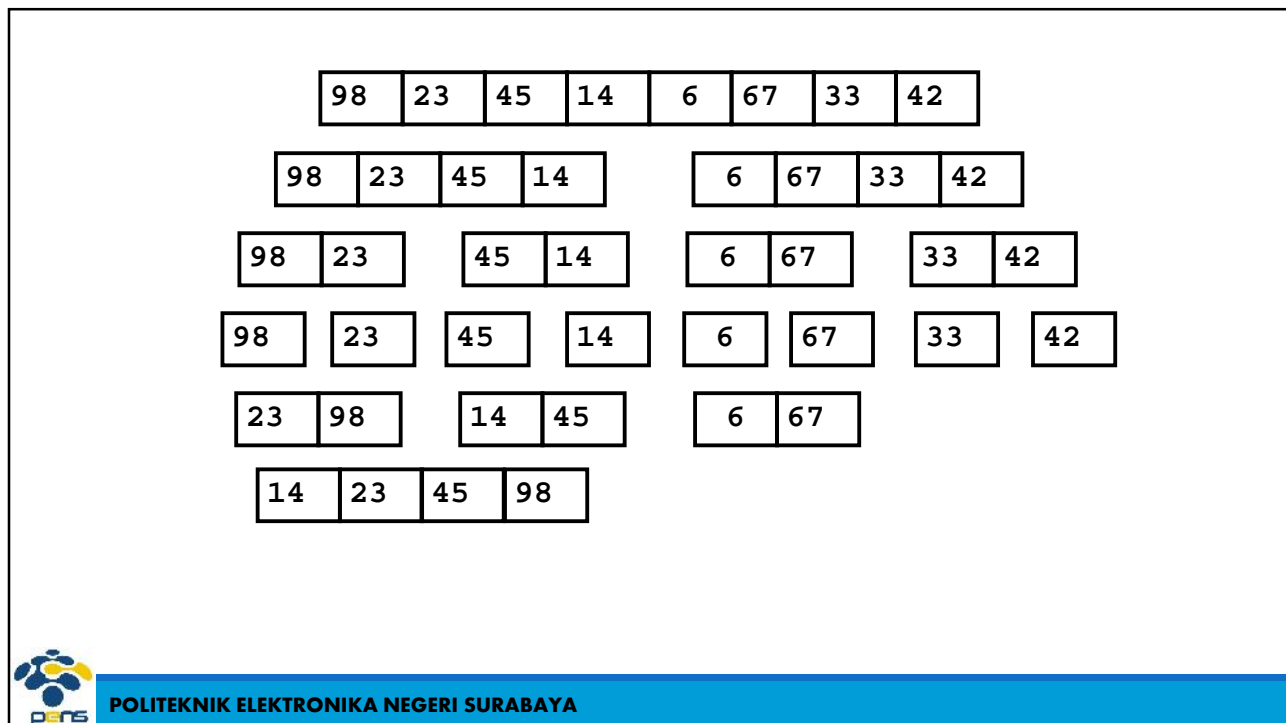
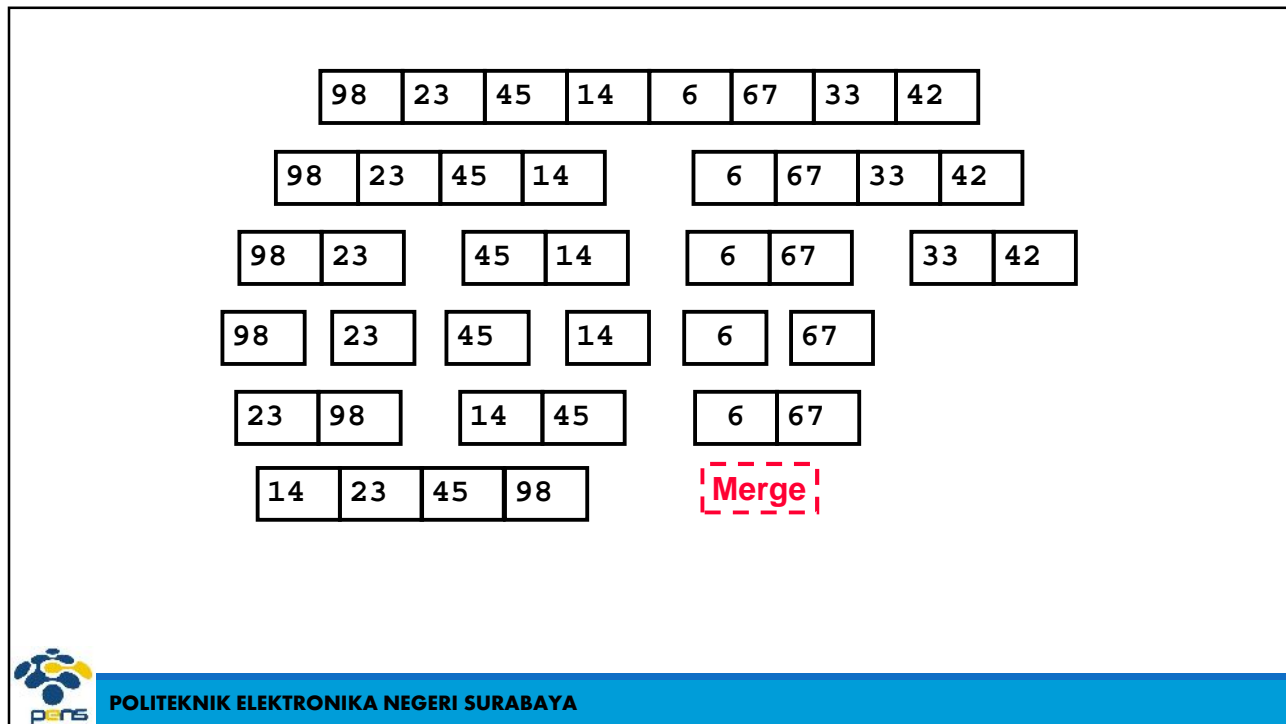


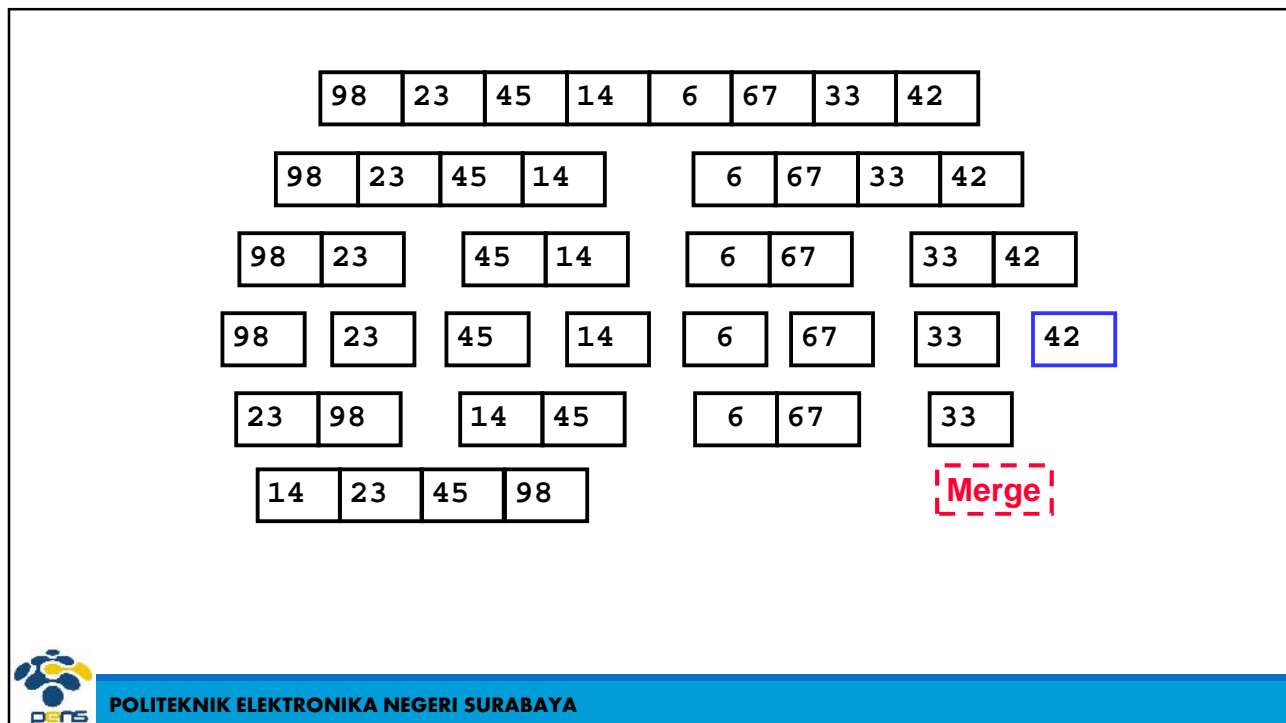
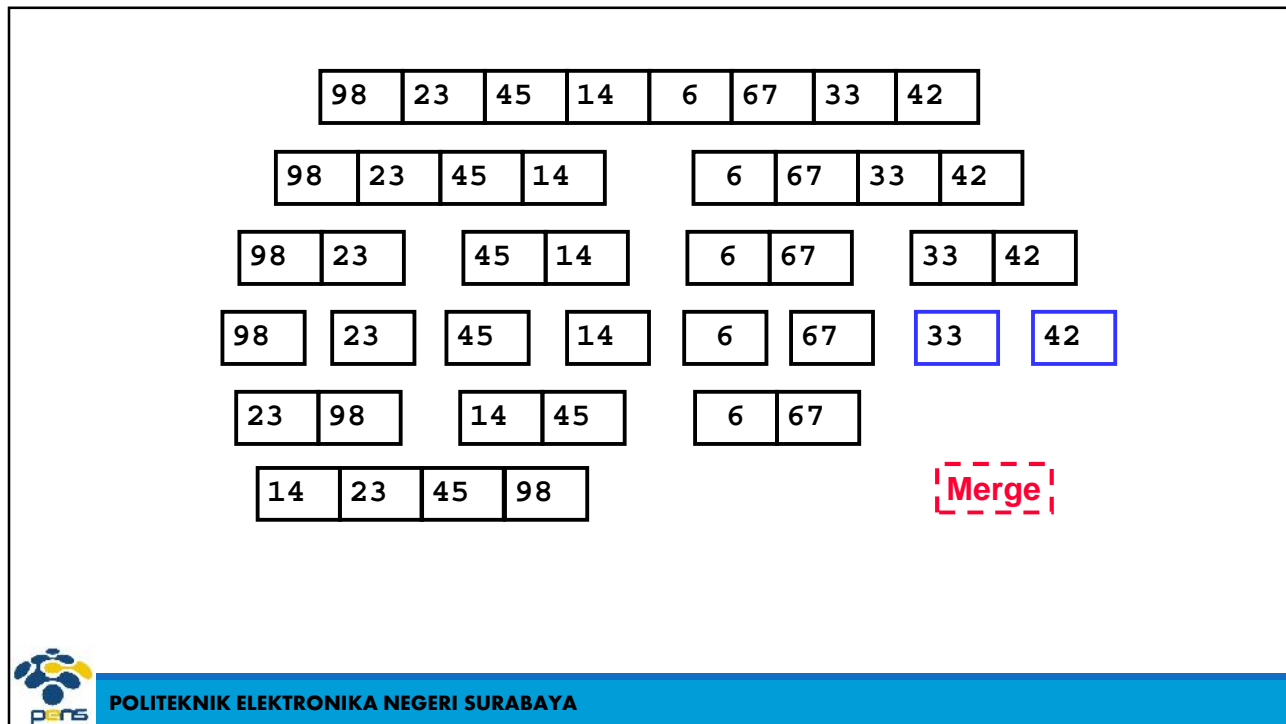


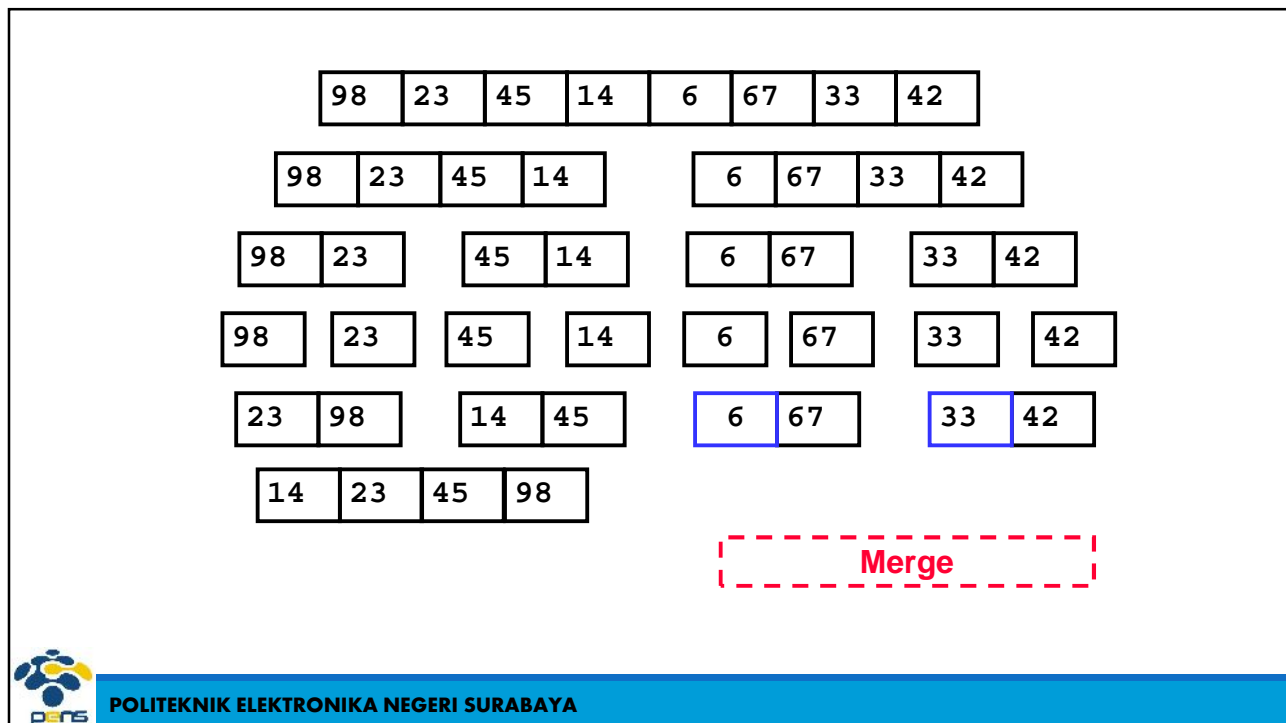
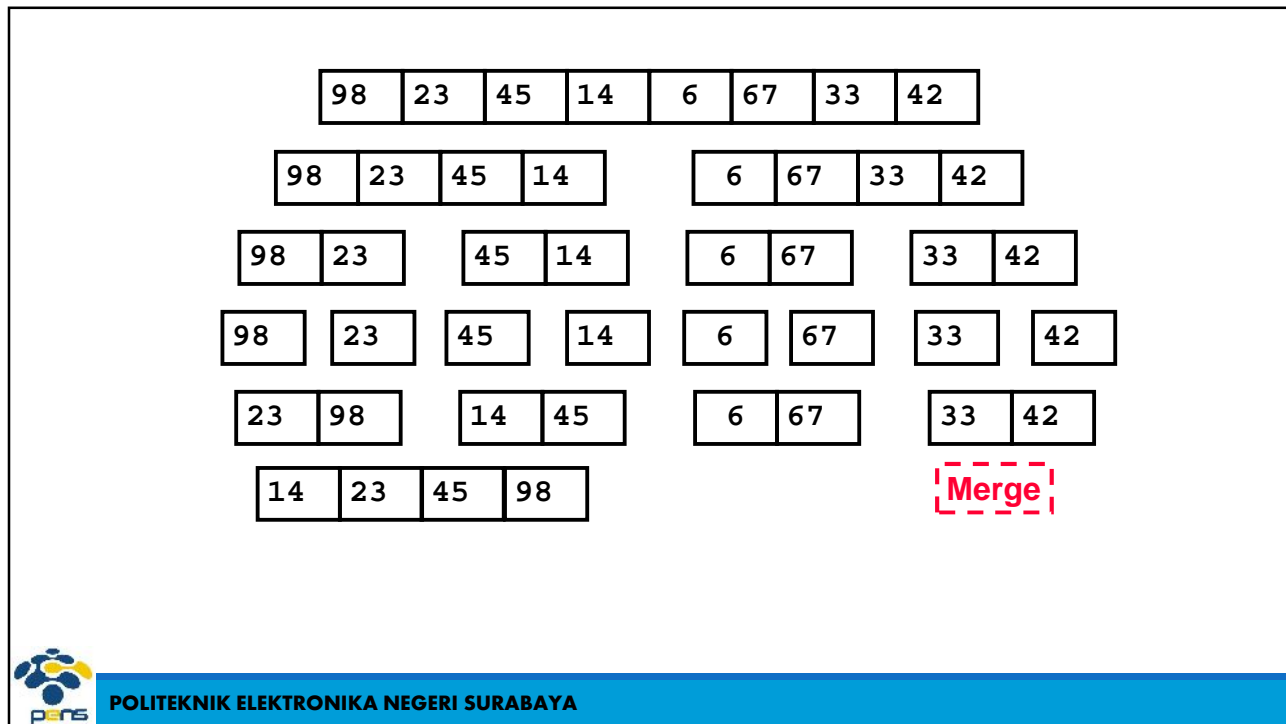


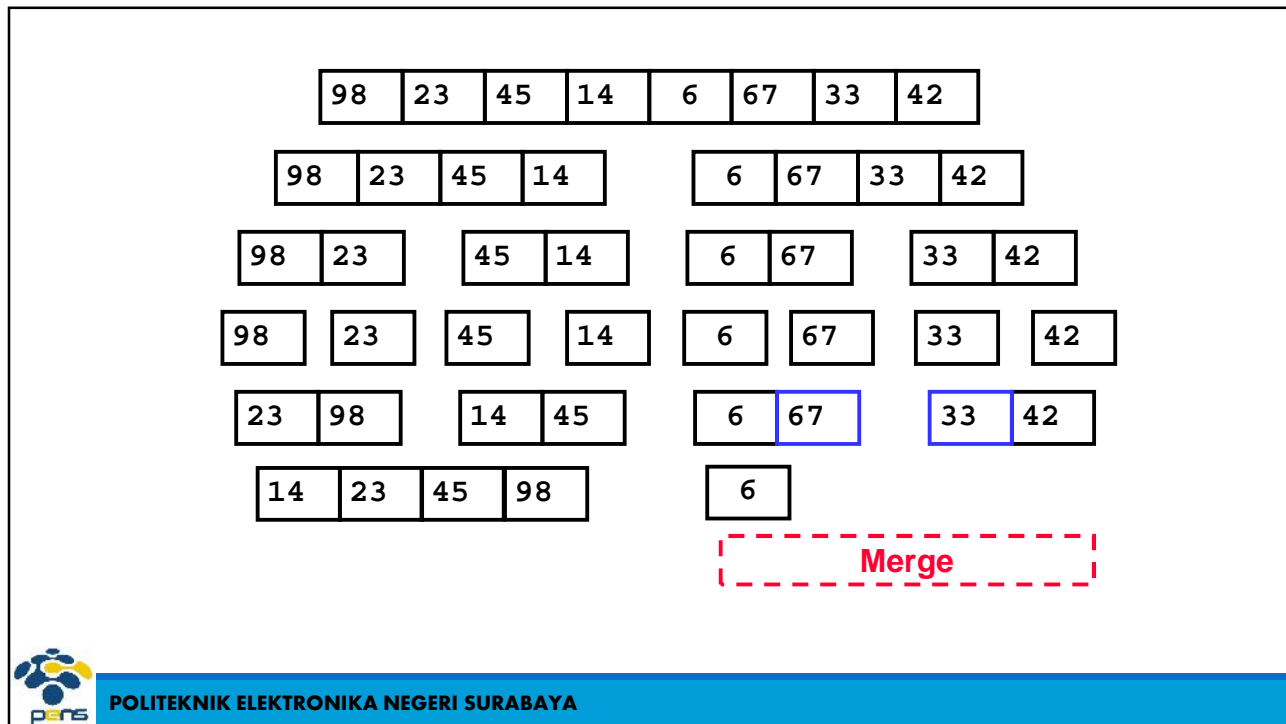




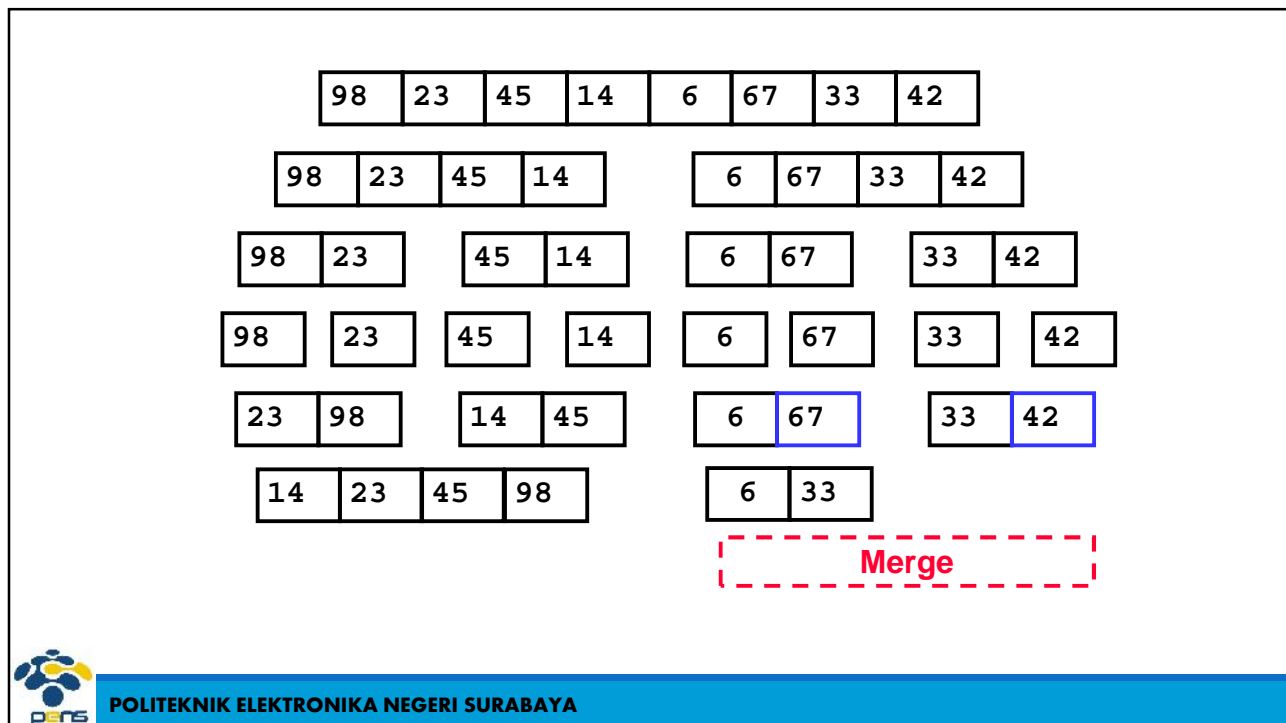






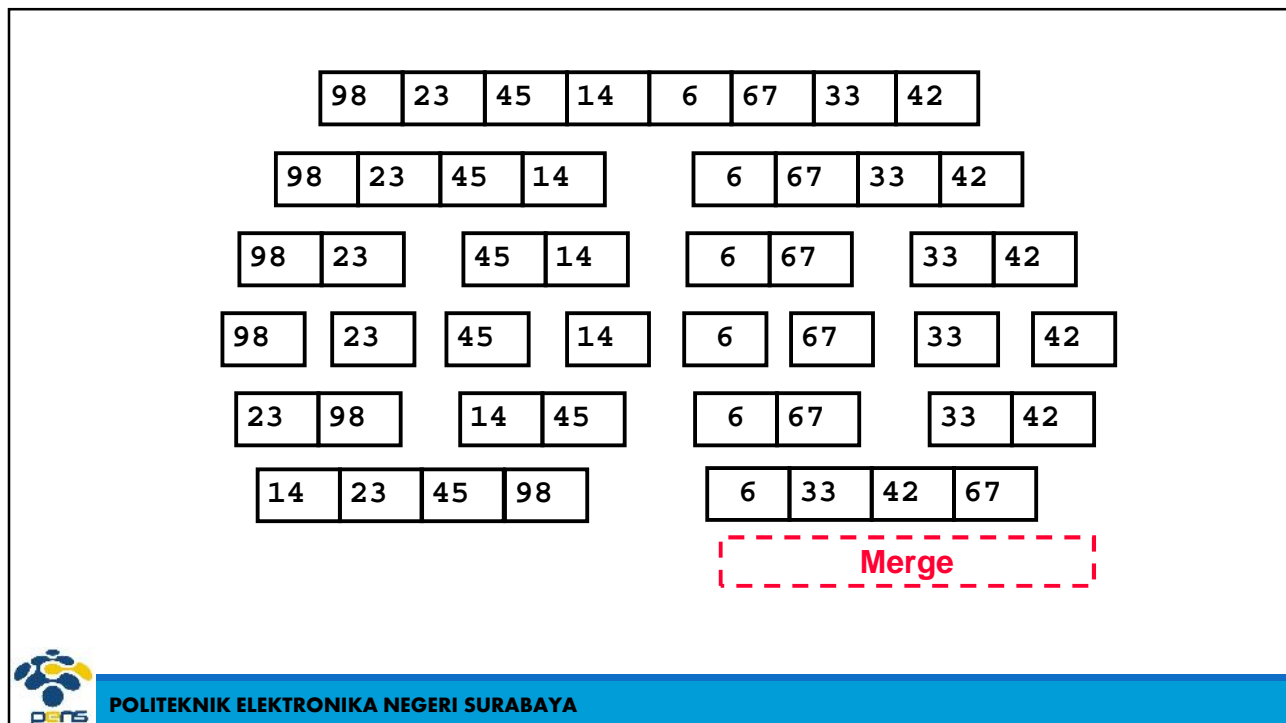
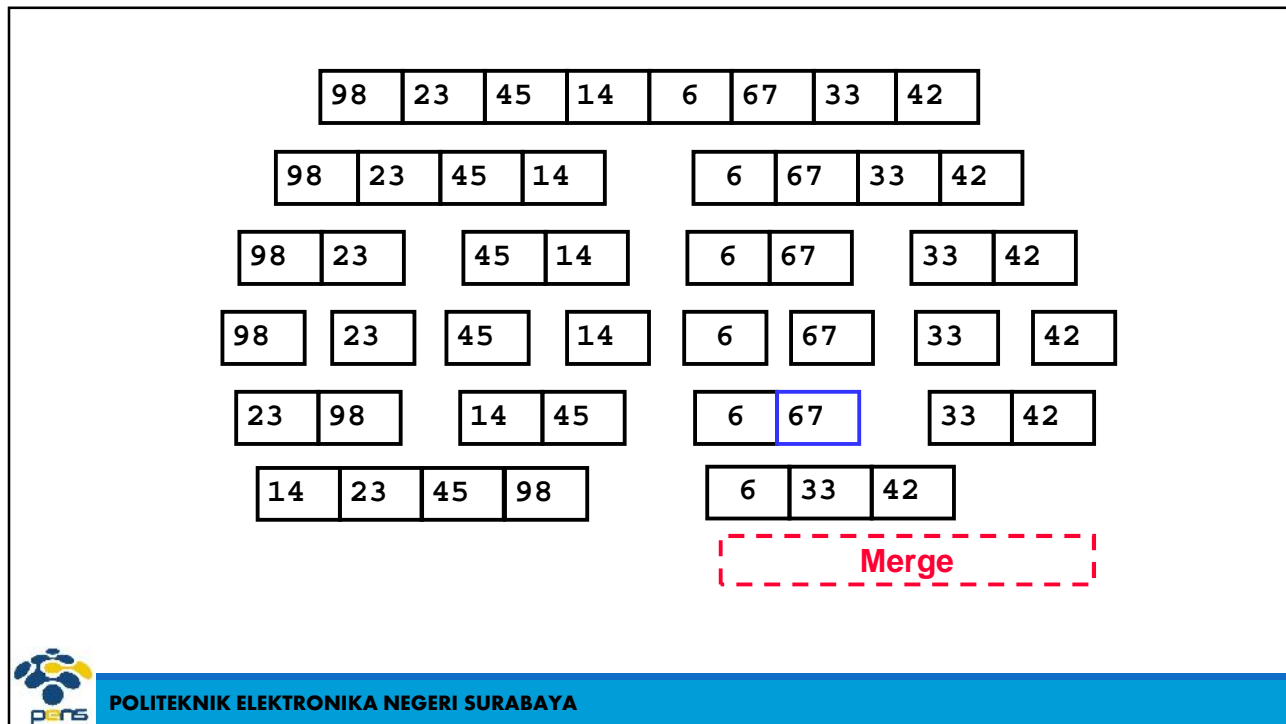


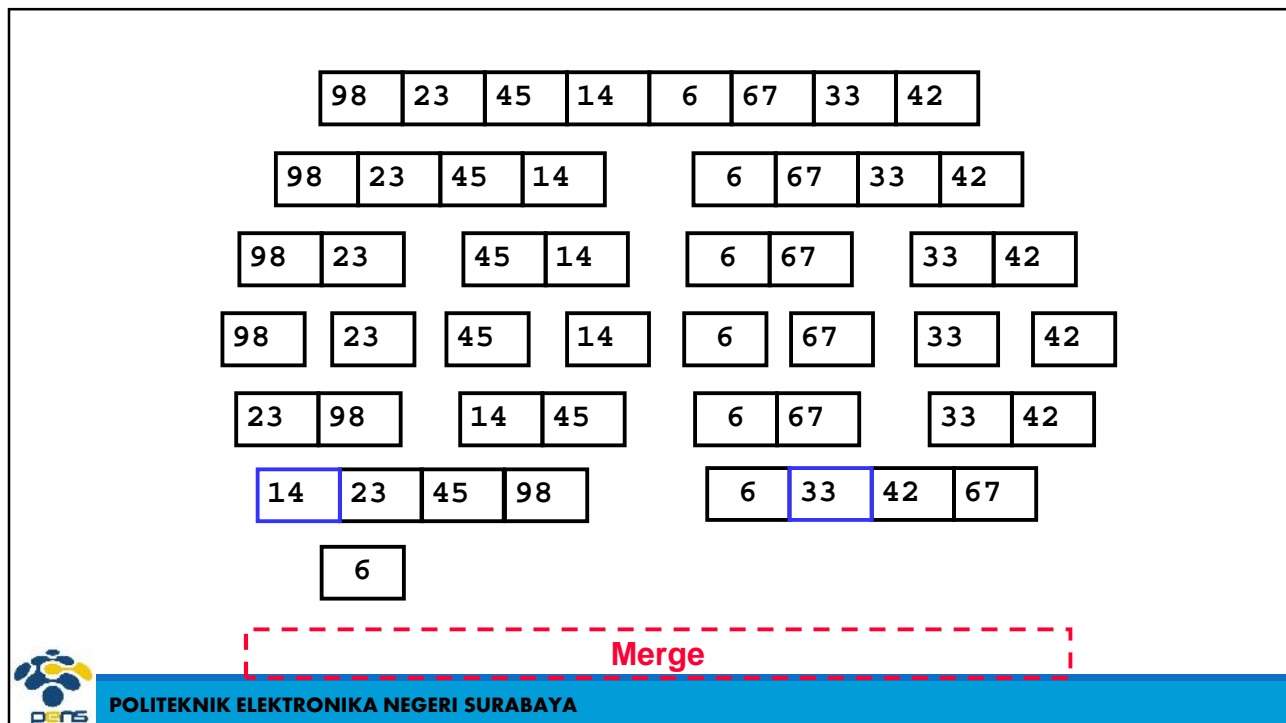
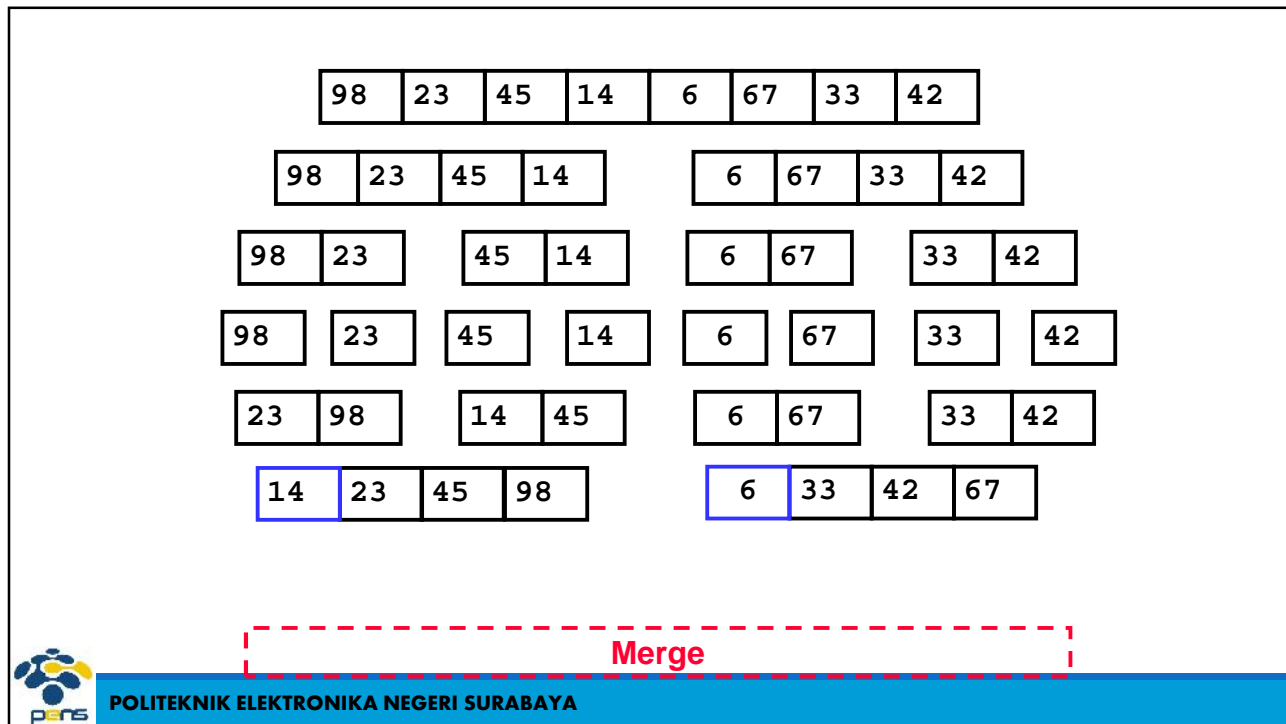
POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

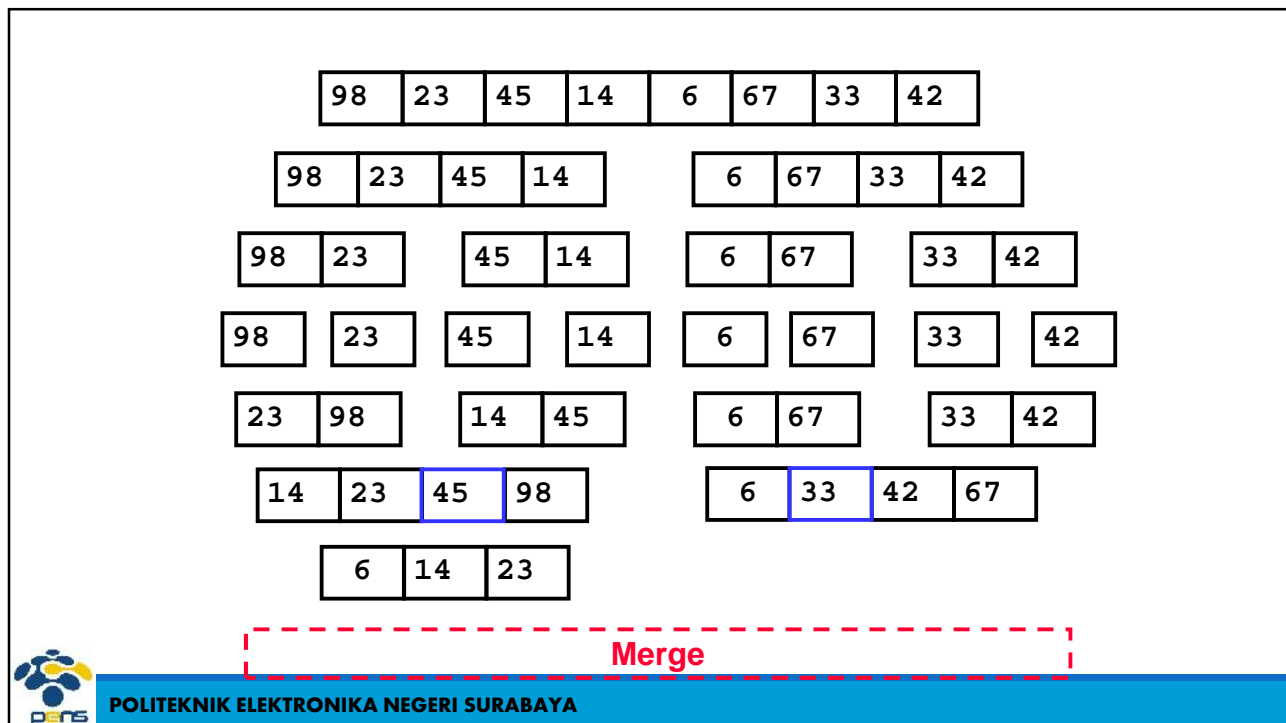
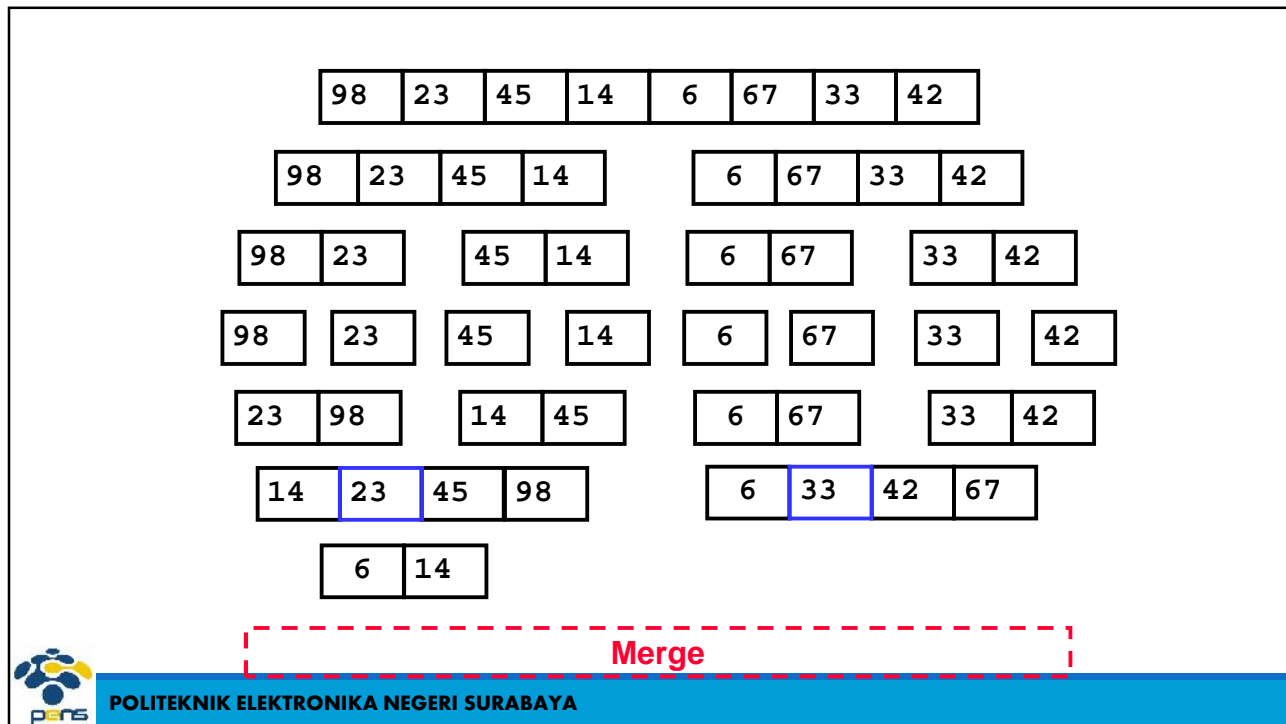


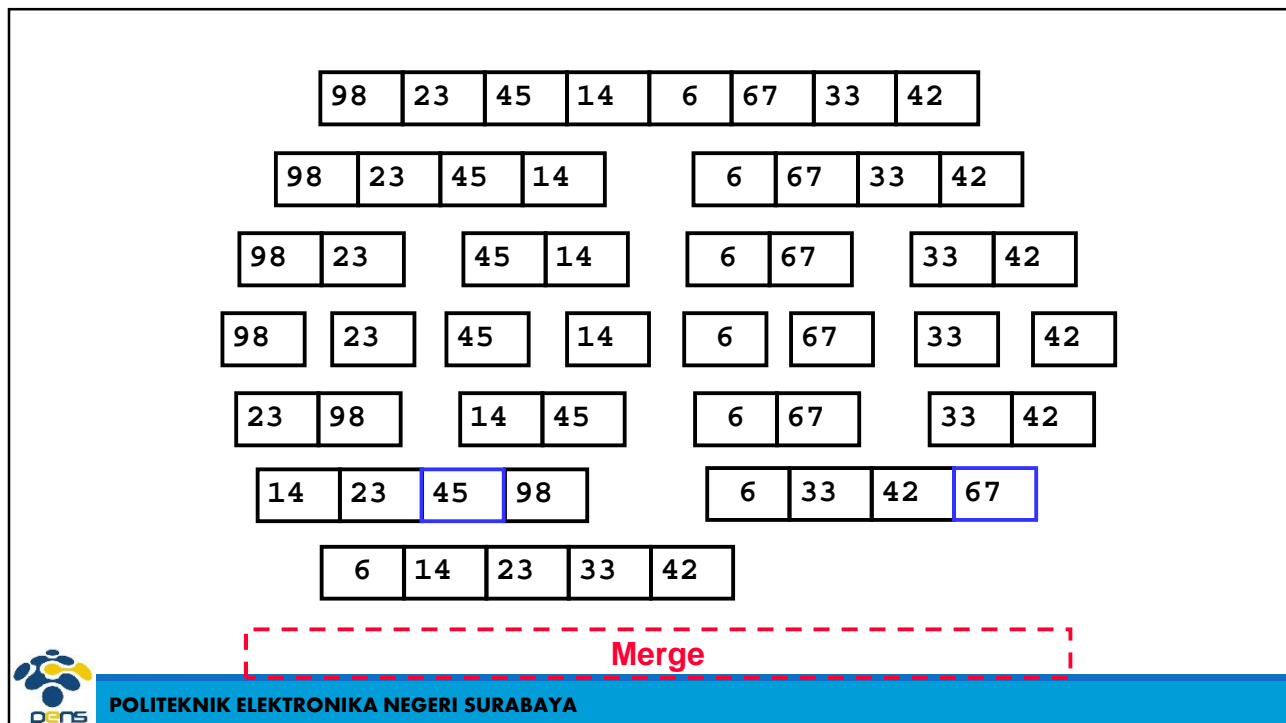
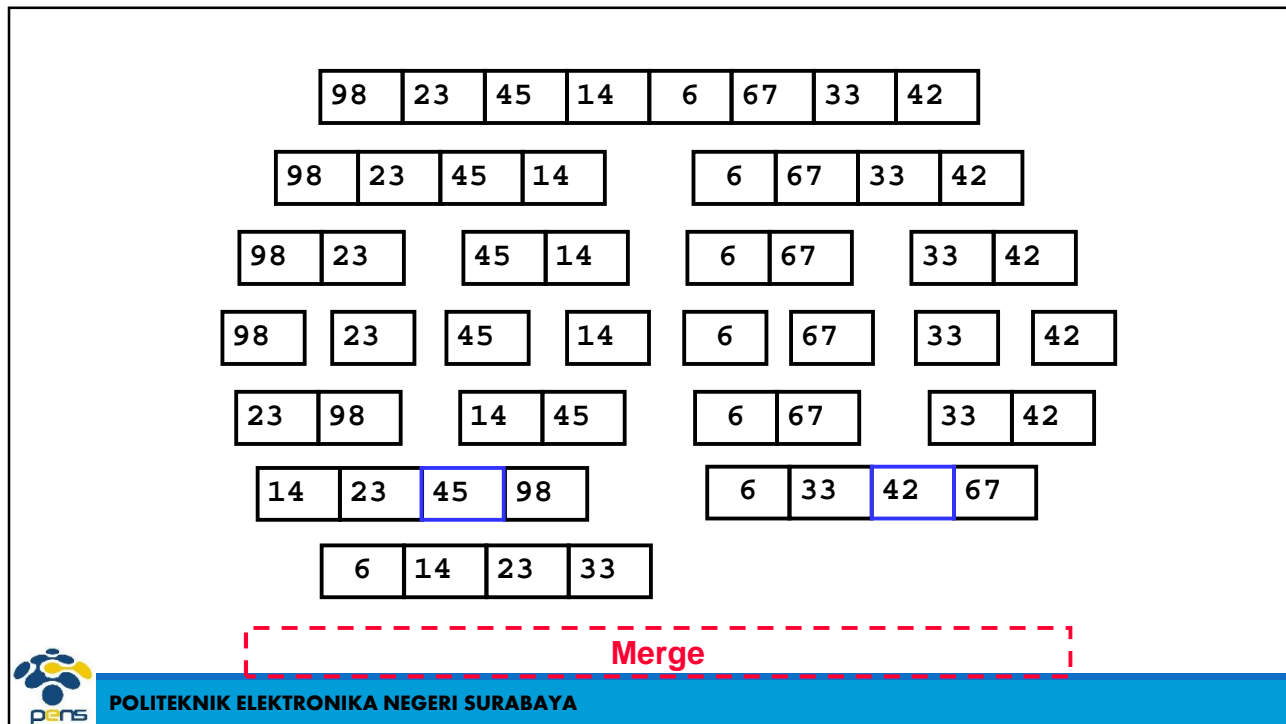
POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

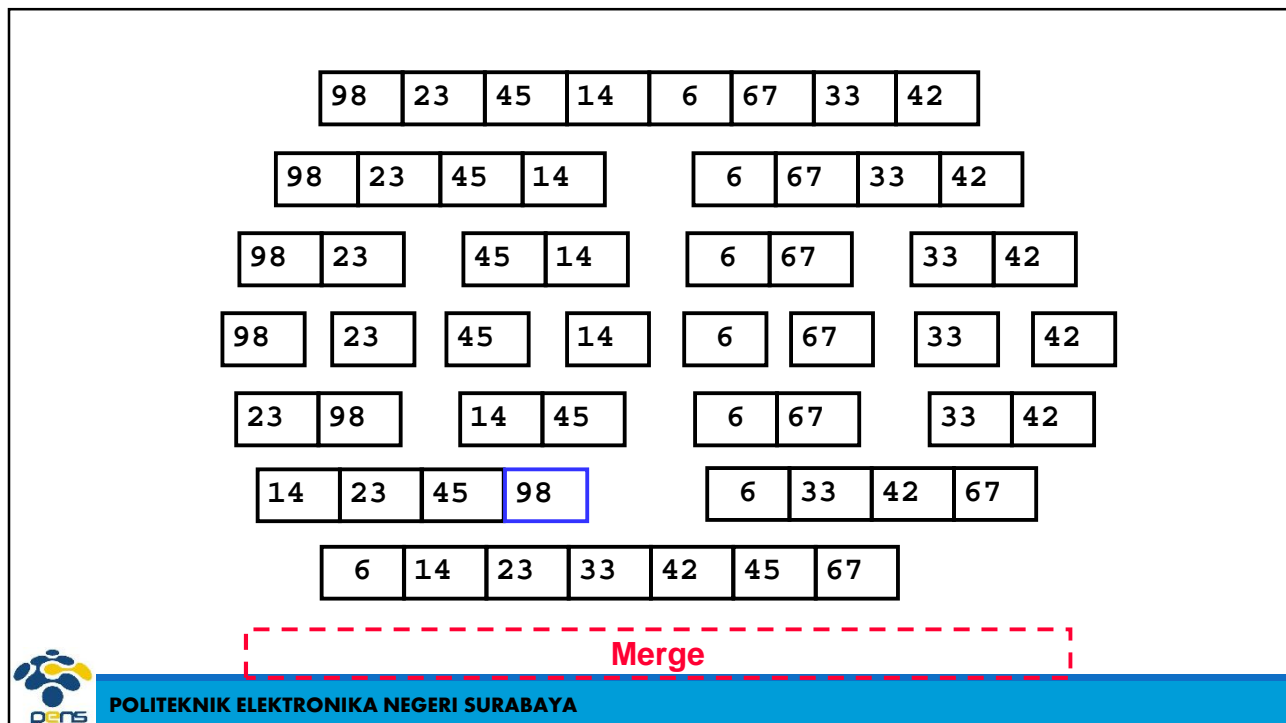
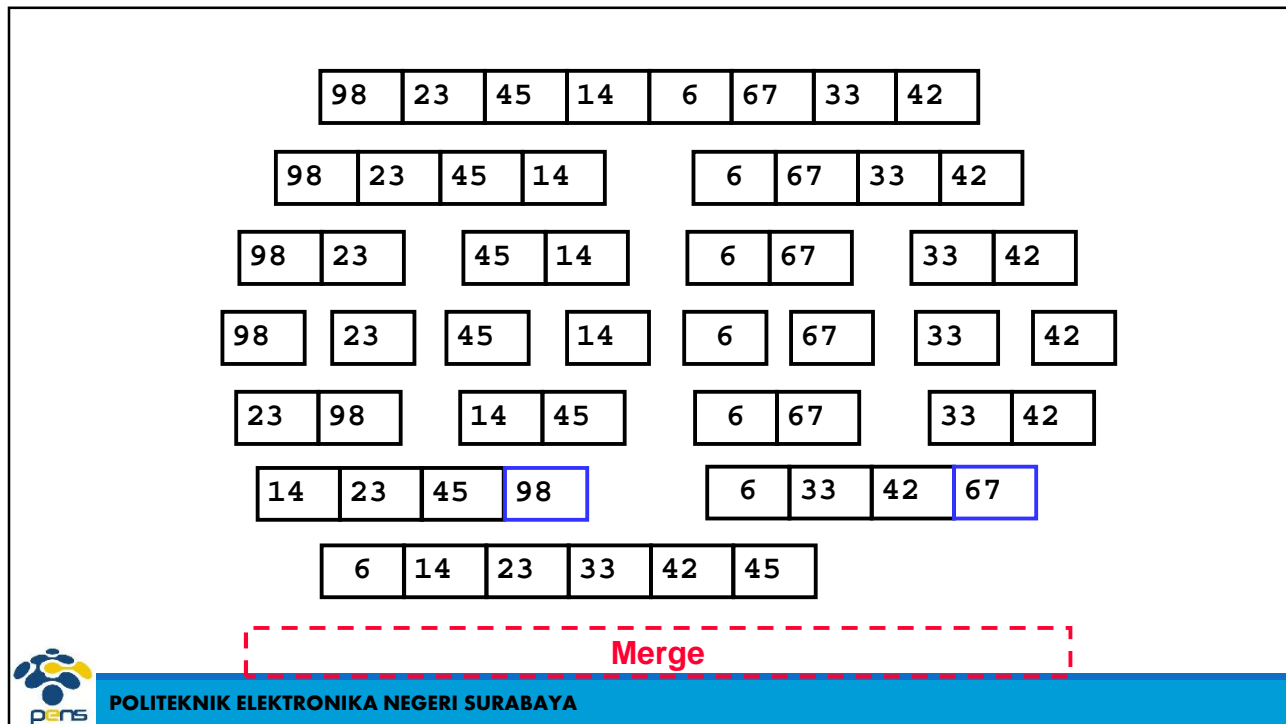


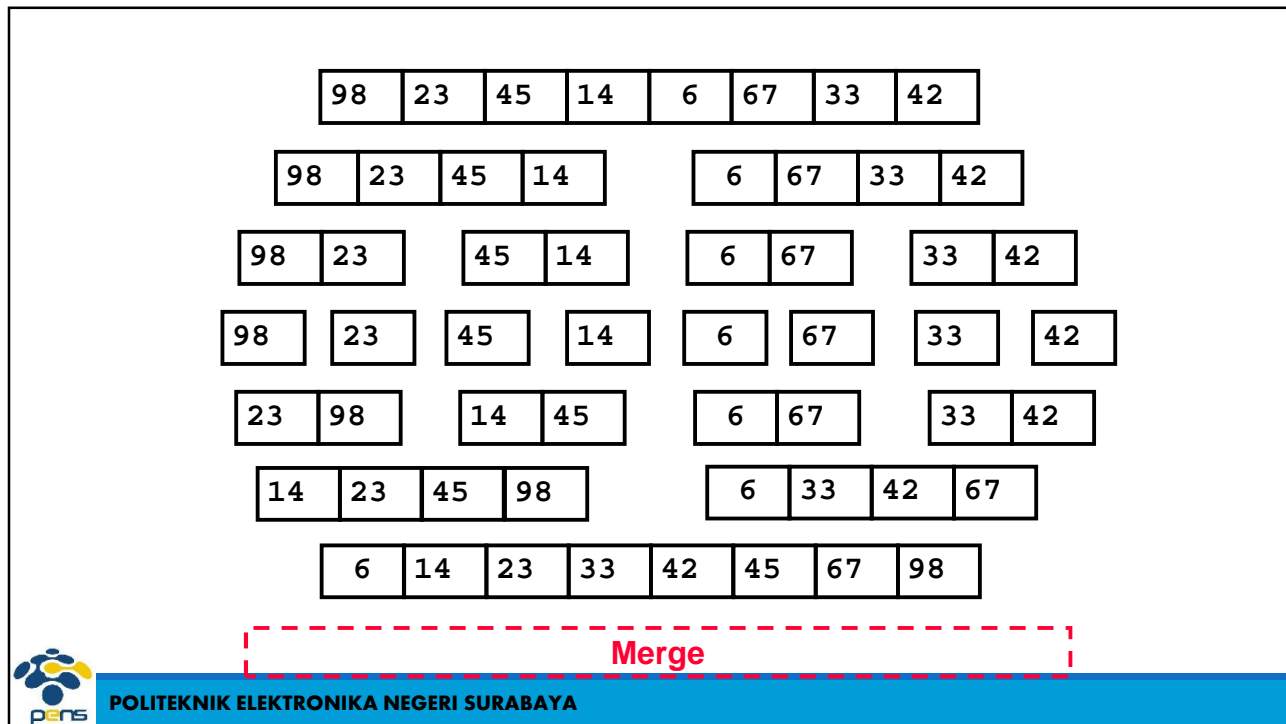




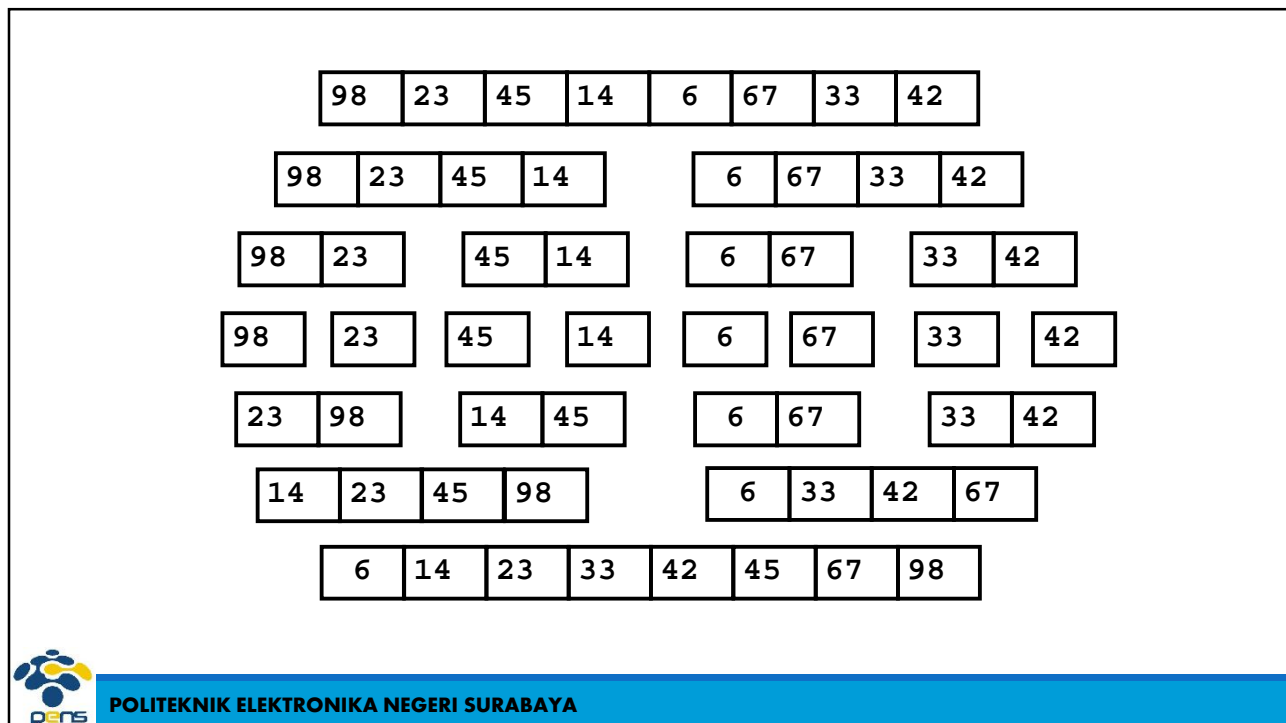








POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA



POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

98	23	45	14	6	67	33	42
----	----	----	----	---	----	----	----



6	14	23	33	42	45	67	98
---	----	----	----	----	----	----	----



POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

## Algoritma Merge Sort

---

1. `void MergeSortRekursif(a, b)`
2. jika  $(a < b)$  maka kerjakan baris 3-6
3. `tengah = (a+b) / 2 ;`
4. `MergeSortRekursif(a,tengah);`
5. `MergeSortRekursif(tengah+1,b);`
6. `Merge(a,tengah,b);`



POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

## Fungsi Merge

---

1. void Merge(int kiri, int tengah, int kanan)
2. l1 ← kiri
3. u1 ← tengah
4. l2 ← tengah+1
5. u2 ← kanan
6. k ← l1;



POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

## Fungsi Merge()

---

7. selama (l1<=u1 && l2<=u2) kerjakan baris 8-14
8.     jika (Data[l1] < Data[l2]) maka kerjakan 9-10
9.         aux[k] ← Data[l1]
10.        l1 ← l1 + 1
11.     jika tidak kerjakan baris 12-13
12.         aux[k] = Data[l2]
13.        l2 ← l2 + 1
14.        k ← k + 1
  
15. selama (l1<=u1) kerjakan baris 16-18
16.     aux[k] = Data[l1]
17.     l1 ← l1 + 1
18.     k ← k + 1



POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA



## Fungsi Merge()

```

19. selama (l2<=u2) kerjakan baris 20-22
20.     aux[k] = Data[l2]
21.     l2 ← l2 + 1
22.     k ← k + 1

23. k ← kiri
24. selama (k <=kanan) kerjakan baris 25-26
25.     Data[k] = aux[k]
26.     k ← k + 1

```



POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

## Waktu Kompleksitas Mergesort

Kompleksitas waktu dari proses Rekursif.

$T(n)$  adalah running time untuk worst-case untuk mengurutkan  $n$  data/bilangan.

Diasumsikan  $n=2^k$ , for some integer  $k$ .

```

void mergesort(vector<int> & A, int left, int right)
{
    if (left < right) {
        int center = (left + right)/2;
        mergesort(A, left, center);
        mergesort(A, center+1, right);
        merge(A, left, center+1, right);
    }
}

```

Terdapat 2 rekursif  
merge sort,  
kompleksitas waktunya  
 $T(n/2)$

Proses Merge  
memerlukan  
waktu  $O(n)$  untuk  
menggabungkan  
Hasil dari merge sort  
rekursif

$$T(n) \begin{cases} = 2T(n/2) + O(n) & n > 1 \\ = O(1) & n = 1 \end{cases}$$

$$O(n/2+n/2=n)$$



POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

## Waktu Kompleksitas Mergesort

$$\begin{aligned}
 T(n) &= 2T(n/2) + O(n) && \text{Recursive step} \\
 &= 2(2T(n/4) + O(n/2)) + O(n) && \text{Recursive step} \\
 &= 4T(n/4) + 2 \cdot O(n/2) + O(n) && \text{Collect terms} \\
 &= 4T(n/4) + O(2n/2) + O(n) && \text{Recursive step} \\
 &= 4T(n/4) + O(n) + O(n) && \text{Collect terms} \\
 &= 4(2T(n/8) + O(n/4)) + O(n) + O(n) && \text{Recursive step} \\
 &= 8T(n/8) + 4 \cdot O(n/4) + O(n) + O(n) && \text{Collect terms} \\
 &= 8T(n/8) + O(4n/4) + O(n) + O(n) && \text{Recursive step} \\
 &= 8T(n/8) + O(n) + O(n) + O(n) && \text{Collect terms}
 \end{aligned}$$

Setelah level ke - k

$$T(n) = 2^k T(n/2^k) + k \cdot O(n)$$



POLITEKNIK ELEKTRONIKA NEGERI SURABAYA

## Waktu Kompleksitas Mergesort

$$T(n) = 2^k T(n/2^k) + k \cdot O(n)$$

Karena  $n=2^k$ , setelah level ke- k ( $=\log_2 n$ ) pemanggilan rekursif, bertemu dengan ( $n=1$ )

$$\begin{aligned}
 \text{Put } k &= \log_2 n, (n=2^k) \\
 T(n) &= 2^k T(n/2^k) + kO(n) = nT(n/n) + kO(n) \\
 &= nT(1) + \log_2 n O(n) = nO(1) + O(n \log_2 n) \\
 &= O(n) + O(n \log_2 n) \\
 &= O(n \log_2 n) = O(n \log n)
 \end{aligned}$$

$$T(n) = O(n \log n)$$



### Perbandingan insertion sort dan merge sort (dalam detik)

n	Insertion sort	Merge sort	Ratio
100	0.01	0.01	1
1000	0.18	0.01	18
2000	0.76	0.04	19
3000	1.67	0.05	33
4000	2.90	0.07	41
5000	4.66	0.09	52
6000	6.75	0.10	67
7000	9.39	0.14	67
8000	11.93	0.14	85



## Kesimpulan

### Cara Kerja Quick Sort

Tentukan "pivot". Bagi Data menjadi 2 Bagian yaitu Data kurang dari pivot dan Data lebih besar dari pivot. Urutkan tiap bagian tersebut secara rekursif.

### Cara Kerja Merge Sort

Merupakan algoritma divide-and-conquer (membagi dan menyelesaikan)

Membagi array menjadi dua bagian sampai subarray hanya berisi satu elemen

Mengabungkan solusi sub-problem :

- Membandingkan elemen pertama subarray

- Memindahkan elemen terkecil dan meletakkannya ke array hasil

- Lanjutkan Proses sampai semua elemen berada pada array hasil



## Latihan Soal

---

- Urutkan data di bawah ini dengan Algoritma Merge Sort dan Quick Sort, jelaskan pula langkah-langkahnya !
- **9 1 2 5 6 4**

